

Przemysław Krata

Akademia Morska w Gdyni

SUPERPOZYCJA ODDZIAŁYWAŃ W GRAWITACYJNYM MODELU PROCESÓW DECYZYJNYCH W AKCJI SAR

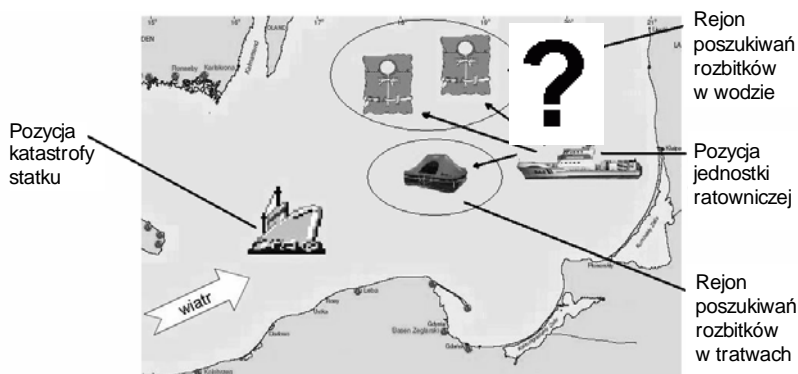
Artykuł wprowadza zasadę superpozycji jako istotnego składnika modelu matematycznego podejmowania decyzji wyboru rejonu rozpoczęcia poszukiwań podczas akcji poszukiwania i ratowania życia na morzu. Umożliwia ona modelowanie oddziaływań prowadzących do podjęcia decyzji wyboru początkowej pozycji odniesienia dla wyznaczania rejonu poszukiwań SAR dla wielu rozbitków oczekujących na pomoc.

WSTĘP

Jednym z elementów ratowania życia na morzu jest poszukiwanie rozbitków dryfujących wskutek katastrofy statku. Operacja taka wymaga dotarcia jednostek ratowniczych w rejon poszukiwań, co częstokroć zajmuje wiele godzin, w ciągu których rozbitkowie zmieniają swą lokalizację [1].

Podczas prowadzonej akcji SAR wyznaczone są obszary poszukiwań, które przeszukiwane są według określonych wzorów manewrowych [5]. Kształt, rozmiar i lokalizacja obszarów poszukiwania może być wyznaczona zgodnie z zaleceniami IMO [5]. Publikowane wyniki badań wskazują również na możliwość budowy bardziej efektywnych modeli wyznaczania obszarów poszukiwań [2]. Istotnym elementem tych modeli jest podział rozbitków na dryfujących w wodzie i znajdujących się w tratwach ratunkowych [2]. Podział ten podyktowany jest odmiennymi parametrami ruchu – wynika to w dużej mierze z różnic w relacji pomiędzy powierzchnią nawiewu i powierzchnią bocznego oporu dla rozbitków znajdujących się bezpośrednio w wodzie czy też w tratwie pneumatycznej bądź łodzi ratunkowej [2].

Wraz z upływem czasu powstają w rejonie katastrofy rozłączne obszary, w których prawdopodobieństwo występowania rozbitków jest relatywnie duże [9]. Zachodzi wówczas konieczność dokonania przez dowodzącego akcją SAR wyboru kolejności przeszukiwania poszczególnych obszarów (rys. 1). Poprawne przydzielenie podrejonów poszukiwań poszczególnym jednostkom poszukującym wymieniane jest jako jeden z czynników decydujących o skuteczności akcji ratowniczej [3].



Rys. 1. Problem decyzyjny przy zbliżaniu się jednostki ratowniczej do rejonu dryfu rozbitków

Zagadnienie wyboru pozycji odniesienia dla wyznaczania obszarów poszukiwań jest bezpośrednio związane ze skutecznością podjętej akcji SAR. W konsekwencji ma nie tylko aspekt techniczny, ale również humanitarny, gdyż od decyzji koordynatora akcji SAR może być uzależniona liczba rozbitków, którzy zostaną uratowani. Pozycja odniesienia – wybrana zgodnie z preferowanymi przez koordynatora akcji kryteriami – może być pozycją [7]:

- najbliższą jednostce ratowniczej,
- z największą oczekiwaną liczbą rozbitków,
- z najbardziej zagrożonymi rozbitkami (najkrótszy czas do śmierci),
- z rozbitkami najłatwiejszymi do znalezienia (największe prawdopodobieństwo wykrycia),
- z rozbitkami najłatwiejszymi do podjęcia na pokład jednostki ratowniczej (środek ratunkowy ułatwiający podjęcie rozbitka),
- zlokalizowaną w rejonie najmniej niebezpiecznym dla jednostki ratowniczej.

Wszystkie wymienione kryteria można uznać za uzasadnione. Powstaje zatem wielokryterialny problem decyzyjny (wyboru), który może zostać rozwiązany za pomocą różnych metod optymalizacji wielokryterialnej.

1. ZASTOSOWANY MODEL ODDZIAŁYWANIA

Na potrzeby rozwiązania problemu wyboru rejonu rozpoczęcia poszukiwań przez jednostkę ratowniczą przyjęto występowanie jednokierunkowego oddziaływania rozbitków na jednostkę ratowniczą, a ściślej na koordynatora akcji SAR dokonującego alokacji jednostek. Przyjęto założenie, że decyzja dowodzącego akcją poszukiwania i ratowania życia na morzu jest racjonalna i wynika z definiowalnych przesłanek. Łączny wpływ tych przesłanek, wywierany na dowodzącego akcją SAR, nazwano oddziaływaniem potrzeby udzielenia pomocy rozbitkom (w skrócie oddziaływaniem PP) [7].

Zaproponowano model typu grawitacyjnego poddający się opisowi matematycznemu wywodzącemu się z teorii pola (podobnemu do stosowanego w opisie pola grawitacyjnego czy elektrostatycznego). Skonstruowano wektorową funkcję oddziaływania w postaci [7]:

$$\bar{F} = \frac{T \cdot R \cdot q \cdot \sum_{k=1}^n (m_k \cdot Z_k \cdot p_k \cdot w_k)}{r} \cdot \bar{e}_r \quad (1)$$

którą można zapisać:

$$\bar{F} = \frac{T \cdot R \cdot q \cdot Q}{r} \cdot \bar{e}_r \quad (2)$$

dla:

$$Q = \sum_{k=1}^n (m_k \cdot Z_k \cdot p_k \cdot w_k) \quad (3)$$

gdzie:

- n – całkowita liczba rozważanych lokalizacji rozbitków na morzu,
- m – liczba rozbitków o danym współczynniku zagrożenia życia Z ,
- Z – współczynnik zagrożenia życia rozbitka,
- p – prawdopodobieństwo znalezienia się rozbitka w rozpatrywanej pozycji,
- w – prawdopodobieństwo wykrycia rozbitka,
- T – współczynnik trudności prowadzenia akcji SAR w rejonie rozbitka,
- R – współczynnik ryzyka nawigacyjnego,
- q – użyteczność jednostki ratowniczej,
- Q – wartość potrzeby udzielenia pomocy,
- r – odległość od pozycji rozbitka do pozycji jednostki ratowniczej,
- \bar{e} – wektor radialny.

Jedną ze zmiennych ciągłej funkcji wektorowej (1) jest źródłowość PP o wartości Q charakteryzowana m.in. przez ciągły rozkład prawdopodobieństwa występowania rozbitków w danej lokalizacji. Pojęcie lokalizacji odnosi się do technicznej realizacji procesu wykrywania rozbitka, więc nie jest tożsame z punktowym położeniem rozbitka (pozycją geograficzną), ale raczej z obszarem wynikającym ze zdolności rozdzielczej sprzętu używanego podczas akcji SAR (np. rozróżnialności odległościowej i kątowej radaru). W przypadku aplikacji komputerowej może być dogodne zdyskretyzowanie rozważanego obszaru i wówczas przez lokalizację rozbitka należy rozumieć pojedynczą komórkę dyskretyzacyjną. W takim wypadku zmienna m opisuje liczbę rozbitków znajdujących się w obszarze danej komórki dyskretyzacyjnej, zaś odległość r byłaby wyznaczana od pozycji jednostki SAR do środka danej komórki.

Postać funkcji (1) nawiązuje do wieloatrybutowej teorii użyteczności wykorzystywanej w szkole amerykańskiej optymalizacji wielokryterialnej. Omówienie ewaluacji zastosowanej funkcji wektorowej przedstawiono w [7].

Dla przyjętej przestrzeni geometrycznej funkcję oddziaływania (1) można nazwać polem wektorowym charakteryzującym ową przestrzeń. Pole jest „matema-

tyczną funkcją położenia i czasu” [4] – oznacza to przypisanie każdemu punktowi w przestrzeni i czasie (dla pól stacjonarnych wyłącznie w przestrzeni) liczby bądź wektora, określających badaną cechę tej przestrzeni. Natężenie pola oddziaływania jest formą opisu pola skupiającą się na źródle i jest rozumiane jako właściwości przestrzeni, natomiast wystarczającym wyróżnikiem definiującym pole jest możliwość przypisania każdemu punktowi przestrzeni jakiejś cechy. Przyjęto, że cechą tą jest wektor natężenia oddziaływania rozbitków na koordynatora. Natężenie zaś przyjmuje postać definiowaną klasycznie jako [8]:

$$\bar{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{q} \quad (4)$$

przy oznaczeniach jak w zależności (1).

Po wyznaczeniu granicy otrzymano natężenie pola rozważanego oddziaływania w postaci:

$$\bar{E} = \frac{T \cdot R \cdot Q}{r} \cdot e_r = \frac{M \cdot Q}{r} \cdot e_r \quad \text{dla } M = T \cdot R \quad (5)$$

Na potrzeby zaproponowanego modelu przyjęto natężenie pola oddziaływania jako funkcję użyteczności modelu, agregującą – zgodnie z założeniami teorii użyteczności – wszystkie cząstkowe kryteria do pojedynczego kryterium [6].

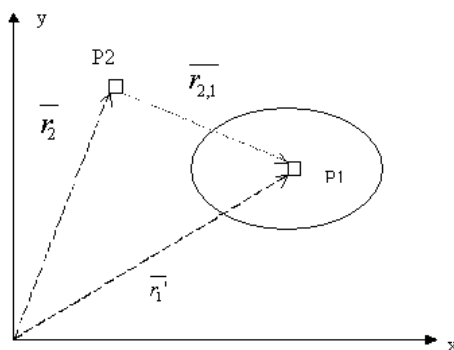
Przedstawione rozważania dotyczące oddziaływania rozbitków na koordynatora akcji SAR nie zawierają dokładnego określenia geometrii rozpatrywanej przestrzeni. Nie jest to konieczne ze względu na centralny charakter oddziaływania (kierunek radialny \bar{e} w zależnościach opisujących oddziaływanie). Tak długo jak rozpatrywane są dwa punkty, czyli jedna pozycja źródłowa (rozbitek) i jedna pozycja jednostki ratowniczej, którą dysponuje dowodzący akcją, oddziaływanie odbywa się na prostej wyznaczonej przez te punkty.

2. ZASADA SUPERPOZYCJI

Wprowadzenie do rozważań większej liczby oddziałujących ze sobą elementów wymusza określenie geometrii przestrzeni, na jakiej występują wzajemne oddziaływania. Przyjęto dla rozpatrywania opisywanych zjawisk oddziaływania i propagacji płaską dwuwymiarową przestrzeń geometryczną zawierającą obszar katastrofy morskiej i lokalizację jednostki ratowniczej.

W przypadku rozważania ciągłego rozkładu przestrzennego PP dogodne jest wprowadzenie pojęcia gęstości powierzchniowej PP oznaczonej σ . W najprostszym ujęciu wielkość tę można rozumieć jako lokalną ilość PP przypadającą na jednostkę powierzchni. Oczywiście jest, że posługiwanie się wielkością lokalną zakłada możliwość zmiany wartości gęstości σ w różnych miejscach obszaru, wartość ta zaś jest stała wyłącznie w jednym punkcie na infinitezymalnej powierzchni ds .

Rozważono zatem przestrzeń zawierającą obszar o określonym rozkładzie gęstości powierzchniowej $\sigma(\bar{r}')$ (rys. 2). Dla rozróżnienia punktów badanych i źródłowych wprowadzono konwencję, że współrzędne primowane dotyczą źródeł, nieprimowane zaś punktów badanych.



Rys. 2. Przykładowy obszar o gęstości powierzchniowej PP wynoszącej $\sigma(\bar{r}')$

W dowolnie wybranym punkcie kontrolnym P_2 natężenie \bar{E} pochodzące od przykładowego punktu P_1 obszaru źródłowego wynosi:

$$d\bar{E}(\bar{r}) = \frac{M \cdot dQ}{|\bar{r}_{2,1}|} \cdot \bar{e}_{r_{2,1}} \quad (6)$$

gdzie:

$\bar{r}_{2,1}$ – promień wodzący od punktu P_2 do P_1 ,
pozostałe oznaczenia jak w zależnościach (1, 2, 3, 5).

Po uwzględnieniu zależności $\{dQ = \sigma(\bar{r}') \cdot ds\}$ wynikającej z definicji gęstości powierzchniowej σ dla wielkości Q rozumianej jak w zależności (3) otrzymano:

$$d\bar{E}(\bar{r}) = \frac{M \cdot \sigma(\bar{r}') \cdot ds(\bar{r}')}{|\bar{r}_{2,1}|} \cdot \bar{e}_{r_{2,1}} \quad (7)$$

Po obustronnym scałkowaniu zależności (7) po całej powierzchni s i przyjęciu punktu P_1 jako źródłowego, P_2 zaś jako badanego uzyskano:

$$\bar{E}(\bar{r}) = \int_s \frac{M(\bar{r}') \cdot \sigma(\bar{r}') \cdot (\bar{r} - \bar{r}')}{|\bar{r} - \bar{r}'|^2} \cdot ds(\bar{r}') \quad (8)$$

gdzie promień wodzący primowany określa położenia punktu źródłowego, a nieprimowany – badanego.

Zależność (8) nazwano analogiem uogólnionego prawa Coulomba ze względu na przeprowadzony tok rozumowania i uzyskaną postać funkcji wektorowej (analogicznie do powszechnie znanych w elektrostatyce).

Jeżeli w całym obszarze źródłowym źródłem gęstości powierzchniowej PP jest tylko jedna pozycja rozbitków (jedno źródło PP), można uznać to za szczególny przypadek rozkładu. Charakterystyczna dla pozycji rozbitków stała M jest wtedy niezmienna w całym obszarze źródłowym – to umożliwia wyłączenie jej przed znak całki i otrzymanie zależności:

$$\bar{E}(\bar{r}) = M \cdot \int_S \frac{\sigma(\bar{r}') \cdot (\bar{r} - \bar{r}')}{|\bar{r} - \bar{r}'|^2} \cdot ds(\bar{r}') \quad (9)$$

Lemat: Delta Diraca

Pseudofunkcja „uogólniona delta Diraca” oznaczana δ jest pikiem spełniającym kumulatywnie następujące postulaty:

- $\delta(\bar{r}') = \delta(x) \cdot \delta(y) \cdot \delta(z)$ – w przestrzeni geometrycznej trójwymiarowej,
- $\delta(\bar{r}') = \begin{cases} 0 \xrightarrow{\text{gd}} \bar{r} \neq 0 \\ +\infty \xrightarrow{\text{gd}} \bar{r} = 0 \end{cases} \quad (10)$
- $\int_V \delta(\bar{r}) dv = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\bar{r}) dx dy dz = 1$

gdzie v jest całą przestrzenią.

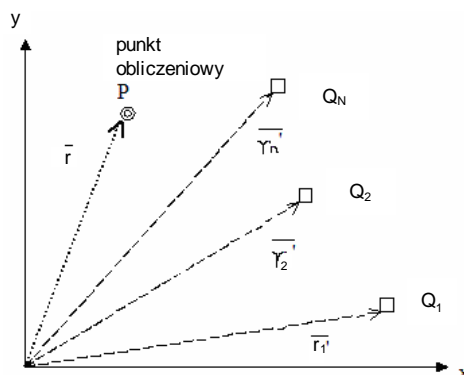
W rozważanej przestrzeni dwuwymiarowej uzyskano uogólnioną deltę Diraca jako:

- $\delta(\bar{r}) = \delta(x) \cdot \delta(y)$
- $\delta(\bar{r}) = \begin{cases} 0 \xrightarrow{\text{gd}} \bar{r} \neq 0 \\ +\infty \xrightarrow{\text{gd}} \bar{r} = 0 \end{cases} \quad (11)$
- $\int_S \delta(\bar{r}) ds = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\bar{r}) dx dy = 1$

gdzie s jest całą przestrzenią.

Korzystając z analogu uogólnionego prawa Coulomba, wyznaczono natężenie \bar{E} pochodzące od skończonej liczby N punktowych źródeł w prostokątnym układzie współrzędnych (rys. 3).

Można przyjąć, że w całym rozpatrywanym obszarze znajduje się N obszarów źródłowych, z których każdy jest punktem. Zatem wartość gęstości powierzchniowej σ jest różna dla różnego promienia wodzącego \bar{r} punktu obliczeniowego. Wartość $\sigma(\bar{r})$ wynosi 0 poza punktami źródłowymi Q_i (czyli dla $\bar{r} \neq \bar{r}'_i$) i wynosi $+\infty$, gdy punkt obliczeniowy pokryje się ze źródłowym ($\bar{r} = \bar{r}'_i$).



Rys. 3. Przykładowy rozkład punktowych źródeł (rozbitek)

Korzystając z delty Diraca dla przestrzeni dwuwymiarowej, można zapisać zależność dla całego obszaru obejmującego źródła:

$$\delta(\bar{r}') = Q_1 \cdot \delta(\bar{r}' - \bar{r}_1') + Q_2 \cdot \delta(\bar{r}' - \bar{r}_2') + Q_3 \cdot \delta(\bar{r}' - \bar{r}_3') + \dots + Q_N \cdot \delta(\bar{r}' - \bar{r}_n') \quad (12)$$

albo inaczej:

$$\sigma(\bar{r}') = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot \delta(\bar{r}' - \bar{r}_i') \quad (13)$$

Po podstawieniu zależności (13) do zależności (9) otrzymano:

$$\bar{E}(\bar{r}) = \int_S \sum_{i=1}^n \frac{M(\bar{r}') Q_i \cdot \delta(\bar{r}' - \bar{r}_i') \cdot (\bar{r} - \bar{r}')}{|\bar{r} - \bar{r}'|^2} \cdot ds(\bar{r}') \quad (14)$$

skąd dalej:

$$\bar{E}(\bar{r}) = \sum_{i=1}^n Q_i \int_S \frac{M(\bar{r}') \cdot \delta(\bar{r}' - \bar{r}_i') \cdot (\bar{r} - \bar{r}')}{|\bar{r} - \bar{r}'|^2} \cdot ds(\bar{r}') \quad (15)$$

W związku z właściwościami delty Diraca podczas całkowania po każdym promieniu innym niż $\bar{r}' = \bar{r}_i$ wartość funkcji podcałkowej wyniesie zero (delta Diraca ma wartość 0 dla $\bar{r} \neq \bar{r}_i$, więc i cały iloczyn pod znakiem całki będzie zerowy). Wyłącznie dla $\bar{r} = \bar{r}_i$ wartość funkcji podcałkowej będzie różna od zera, całka sprowadza się więc do skończonej sumy – można to zapisać w postaci:

$$\bar{E}(\bar{r}) = \sum_{i=1}^n \bar{E}_i \quad (16)$$

gdzie:

- \bar{r} – promień wodzący punktu badanego,
- i – indeks punktu źródłowego,
- n – liczba źródeł oddziaływania w rozpatrywanym obszarze.

Wyprowadzona zależność (16) prezentuje **zasadę superpozycji**, której podlega natężenie oddziaływania będące funkcją użyteczności opisywanego modelu. W dowolnym punkcie badanego obszaru zawierającego skończoną liczbę N punktowych źródeł PP natężenie oddziaływania jest sumą (wektorową) natężeń pochodzących od poszczególnych źródeł Q_i .

WNIOSKI

Przedstawiony model matematyczny opisuje oddziaływanie potrzeby udzielenia pomocy rozbitkowi na morzu na dowodzącego akcją SAR w rejonie katastrofy. Pozwala on na sformalizowany zapis matematyczny wpływu wywieranego na dowodzącego przez informacje charakteryzujące potrzeby rozbitków, przy założeniu racjonalności podejmowania decyzji odnośnie do alokacji sił i środków ratowniczych. Zaproponowany w artykule model dogodnie poddaje się interpretacji polowej, umożliwiając zdefiniowanie pojęcia natężenia pola potrzeby udzielenia pomocy rozbitkom na morzu.

Istotą niniejszego artykułu jest wprowadzenie zasady superpozycji dla natężenia oddziaływania przyjętego w modelu. Umożliwia on bowiem stosowanie proponowanego modelu do opisu i analizy oddziaływań zachodzących pomiędzy koordynatorem akcji SAR i wieloma rozbitkami rozmieszczonymi w różnych miejscach rejonu poszukiwań. Należy zauważyć, że model oddziaływania został skonstruowany dla pojedynczego, elementarnego oddziaływania zachodzącego pomiędzy jednym rozbitkiem i koordynatorem SAR. Zasada superpozycji obejmująca natężenie pola oddziaływania znacząco ułatwi wykonywanie obliczeń wykorzystujących proponowany model oraz ogranicza zapotrzebowanie na moc obliczeniową.

W związku z niemożnością całkowitego uniknięcia wypadków na morzu i koniecznością minimalizowania ich skutków [3] model pozwalający na optymalizację jednego z elementów decydujących o skuteczności akcji SAR może być krokiem w rozwoju organizacji systemu poszukiwania i ratowania życia na morzu.

LITERATURA

1. Budny T., *Zmienne w czasie prawdopodobieństwo wykrycia poszukiwanego obiektu w trakcie akcji ratunkowej*, XI Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Inżynieria Ruchu Morskiego”, Szczecin 2005.
2. Burciu Z., *Metoda wyznaczania obszarów poszukiwania w akcji ratowniczej na morzu*, praca doktorska, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 1997.
3. Burciu Z., *Modelowanie obszarów poszukiwania w aspekcie bezpieczeństwa transportu ludzi na morzu*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003.
4. Feynman R.P., Leighton R.B., Sands W., *Feynmana wykłady z fizyki*, PWN, Warszawa 1974.

5. *International Aeronautical and Maritime Search and Rescue Manual*, IMO/ICAO, London/ Montreal 1999.
6. Jacyna M., *Modelowanie wielokryterialne w zastosowaniu do oceny systemów transportowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2001.
7. Krata P., *Model wybranych oddziaływań podczas akcji SAR*, XII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Inżynieria Ruchu Morskiego”, Szczecin 2007.
8. Landau L.D., Lifszyc E.M., *Fizyka teoretyczna, Teoria pola*, PWN, Warszawa 1980.
9. Soliwoda J., *Efektywność systemu ratownictwa ze szczególnym uwzględnieniem detekcji termowizyjnej*, praca doktorska, Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa 2004.

SUPERPOSING OF INTERACTIONS DURING DECISION-MAKING PROCESSES IN SAR ACTION

Summary

The paper presents development of author's model of interactions taking place between SAR action coordinator and castaways drifting off a sea disaster position. The main aim of the paper is formulation of a superposition rule governing an utility function applied in the model in terms of its spatial distribution. Thus, the reasoning regarding SAR ships allocation can be undertaken with regard to many castaways drifting in separate sub-areas.