

## ANTENA FRAKTALNA – BADANIE WPŁYWU STOPNIA ITERACJI DRZEWA FRAKTALNEGO NA CZĘSTOTLIWOŚCI REZONANSOWE ORAZ DOBROĆ ANTEN

*Dobroć anteny ( $Q$ ) jest wygodnym parametrem, umożliwiającym porównywanie anten małych w stosunku do długości fali. W artykule zebrano najważniejsze informacje dotyczące tego parametru. Przedstawiono zależność szerokości pasma pracy anteny od dobroci, dolne ograniczenie dobroci (tzw. granicę  $Chu$ ) oraz zależność dobroci od impedancji wejściowej anteny. Zwrócono uwagę na unikatowe właściwości anten fraktalnych. Przeprowadzono analizę symulacji impedancji promieniowania anten w postaci pierwszych pięciu iteracji drzewa fraktalnego oraz porównanie z ekwiwalentną anteną monopolową o długości równej badanym strukturom. Zastosowano omówioną koncepcję dobroci anteny do oceny przydatności anten z punktu widzenia szerokości pasma. Wskazano na obszary długości elektrycznych ( $ka$ ) i numery iteracji, gdzie zastosowanie anteny fraktalnej o kształcie drzewa jest najbardziej korzystne. Pokazano też wpływ kolejnych iteracji na częstotliwości rezonansowe anten oraz ich wzajemne stosunki.*

**Słowa kluczowe:** antena, fraktal, drzewo fraktalne, częstotliwość rezonansowa, dobroć anteny.

### WSTĘP

W dzisiejszym świecie, zarówno w życiu codziennym, jak i we wszystkich gałęziach przemysłu, wzrasta zapotrzebowanie na systemy, które byłyby kompaktowe, przenośne oraz bezprzewodowe. W związku z tym ewoluują zarówno technologie obwodów nadawczo-odbiorczych w postaci pojedynczych układów scalonych, jak i konstrukcje anten. Stosowane dawniej proste monopole z obwodem dopasowującym nie spełniają skutecznie swojego zadania, gdyż są krótkie w porównaniu z długością fali. Potrzebne jest więc nowe podejście do konstrukcji anteny.

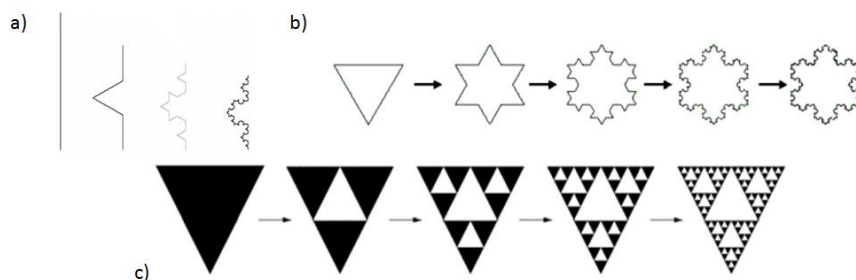
Istnieje wiele metod, rozwijanych w ostatnich latach, a jedną z nich stanowi wykorzystanie struktur fraktalnych. Dzięki temu możliwe jest uzyskanie miniaturyzacji rozmiarów anteny, przy utrzymaniu wysokiej jej sprawności. Fraktale mogą przyjmować rozmaite kształty i formy, również pochodzące z otaczającej natury, a sposób ich wykorzystania do konstrukcji anten ma silny wpływ na ich pracę.

W artykule, po krótkim wprowadzeniu w istotę fraktali, wymieniono najważniejsze korzystne cechy anten fraktalnych. W punkcie 3 omówiono zastosowanie znanego pojęcia dobroci obwodu rezonansowego do określania szerokopasmowości anten. Podano przydatne wzory przybliżone, pozwalające na określenie dobroci

bezpośrednio na podstawie wyników symulacji impedancji wejściowej anten w funkcji pulsacji. W kolejnym punkcie omówiono strukturę drzewa fraktalnego wykorzystywanego w symulacji. Punkt 5 zawiera wyniki przeprowadzonych badań, polegających na porównaniu z prostym monopolem częstotliwości rezonansowych i dobroci pięciu, kolejnych iteracji drzewa fraktalnego. W podsumowaniu wskazuje się na możliwe badania w przyszłości.

## 1. FRAKTALE

Za początek fraktali można przyjąć koniec XIX i początek XX wieku, kiedy to ówczesni słynni matematycy Helge von Koch, David Hilbert, Georg Cantor, Wacław Sierpiński czy Giuseppe Peano, tworzyli wyjątkowe struktury (rys. 1).



**Rys. 1.** Fraktale: a) krzywa Kocha, b) płatek Kocha, c) trójkąt Sierpińskiego [22]

**Fig.1.** Fractals: a) the Koch curve, b) Koch snowflake, c) Sierpiński triangle [22]

Termin „fraktal” wywodzi się od słowa łacińskiego *fractus*, czyli „częściowy”, a odpowiadający mu czasownik *frangere* znaczy „łamać” [13, 18]. Na początku przygody z fraktalami można posłużyć się najprostszą definicją – fraktale są to obiekty samopodobne o wymiarze ułamkowym [10]. Obiekt jest samopodobny, wtedy kiedy może być podzielony na dowolnie małe części, z których każda jest wiernym pomniejszeniem całości [13]. Drugą cechą fraktali, wymienioną w definicji, jest wymiar ułamkowy. Chodzi tu o wymiar fraktalny, który pozwala na określenie stopnia złożoności obiektów [21].

Fraktale mogą być również tworzone przy użyciu metod iteracyjnych. Początkowa prosta geometria ulega transformacji, tzn. kopiowaniu, skalowaniu, obracaniu itp., proces jest powielany w kolejnych iteracjach. Ostateczny fraktal jest wygenerowany przez powtarzanie tej metodologii nieskończoną liczbę razy [12].

## 2. ANTENY FRAKTALNE

Koncepcja stosowania kształtów fraktalnych w projektowaniu anten znajduje się nadal w fazie rozwoju. Pierwszy projekt tego typu został przedstawiony w 1988 roku przez dr. Nathana Cohena [8]. Projekt ten udowodnił, że zastosowanie fraktali może znacznie obniżyć rozmiar anteny, bez pogorszenia jej parametrów, a to znaczy, że istnieje związek między cechami geometrii fraktalnej a właściwościami elektromagnetycznymi anten [27]. Spośród wielu korzyści związanych z wykorzystaniem geometrii fraktalnej w konstrukcji anten, najczęściej w literaturze przedmiotu wymienia się [5, 8, 14, 16, 22, 27]:

- skuteczniejsze wypełnienie przestrzeni zajmowanej przez antenę, co zapewnia lepszą transmisję energii z toru zasilającego antenę do fali propagującej się w wolnej przestrzeni. Inaczej mówiąc, jest to lepsze dopasowanie impedancji wejściowej. Właściwość tę można wykorzystać w celu miniaturyzacji elementów [14];
- cecha samopodobieństwa fraktali pozwala na tworzenie anten wielopasmowych lub o kilku częstotliwościach rezonansowych, w szczególności pasm pracy, których stosunki częstotliwości nie wyrażają się liczbami całkowitymi;
- obniżenie częstotliwości rezonansowych w stosunku do anten o tradycyjnym kształcie i podobnych wymiarach;
- prostotę konstrukcji oraz fakt, że właściwości anteny uzyskuje się dzięki jej geometrii, a nie przez dodawanie skupionych elementów reaktancyjnych.

W zależności od oczekiwanych rezultatów w technice antenowej wykorzystuje się dipole, monopole, anteny pętlowe, czy planarne o geometrii najpopularniejszych fraktali, tj: Kocha [12, 20, 23, 27], Minkowskiego [8, 17], Sierpińskiego [1, 22], Hilberta [17, 22] etc.

## 3. CZĘSTOTLIWOŚCI REZONANSOWE I DOBROĆ ANTEN

W pracy zwrócono uwagę na dwa parametry anten: częstotliwości rezonansowe oraz dobroć anteny. Warto przypomnieć, że na częstotliwości rezonansowej, podczas gdy część urojona impedancji wejściowej jest równa zeru, antena posiada impedancję, będącą jedynie sumą rezystancji promieniowania oraz rezystancji strat.

Dobroć anteny  $Q$  (ang. *quality factor*) jest ważnym parametrem w ocenie anten małych w stosunku do długości fali. Ich charakterystyki promieniowania są zazwyczaj wszystkie zbliżone do siebie i do charakterystyk małych dipoli, monopoli lub pętli, co nie pozwala na właściwą ocenę ich przydatności [12]. Tym, co je różni, jest ich impedancyjna szerokość pasma pracy. Dzięki wyznaczeniu dobroci istnieje możliwość łatwego oszacowania szerokości pasma pracy anteny.

Dobroć anteny jest definiowana tak samo jak dla obwodów rezonansowych – stosunkiem energii magazynowanej do energii traconej w czasie jednego okresu drgań [11]:

$$Q = \frac{2\pi W}{W_A} = \frac{2\pi f_0 W}{P_A}, \quad (1)$$

gdzie:

- $W$  – zmagazynowana energia w jednym okresie drgań,
- $W_A$  – energia tracona w jednym okresie drgań,
- $f_0$  – częstotliwość rezonansowa,
- $P_A$  – średnia moc tracona uśredniona za okres.

Różnica występuje w oczekiwaniach użytkownika, podczas gdy dla obwodów rezonansowych zazwyczaj wymagana jest wysoka dobroć, to dla anten jest odwrotnie. Wysoka wartość dobroci informuje:

- o dużej ilości energii biernej magazynowanej w polu bliskim anteny, co prowadzi do dużych amplitud prądów i strat z tym związanych;
- o szybkich zmianach impedancji wejściowej w funkcji częstotliwości, co prowadzi do wąskich pasm pracy [3].

Można więc zapisać dobroć dla częstotliwości rezonansowej anteny (lub częstotliwości zestrojenia)  $Q_{f_0}$  w postaci [4, 16, 26]:

$$Q_{f_0} = \frac{2\pi f_0 W(\omega_0)}{P_A(\omega_0)} = \frac{\omega_0 W(\omega_0)}{P_A(\omega_0)} = \frac{\omega_0 W(\omega_0)}{P_{prom}(\omega_0) + P_{strat}(\omega_0)}, \quad (2)$$

gdzie:

- $\omega_0$  – pulsacja rezonansowa lub pulsacja zestrojenia anteny,
- $W(\omega_0)$  – zmagazynowana energia (w strefie bliskiej),
- $P_A(\omega_0)$  – średnia moc tracona przez antenę, uwzględniająca zamianę na ciepło oraz moc wypromieniowaną,
- $P_{prom}(\omega_0)$  – moc wypromieniowana,
- $P_{strat}(\omega_0)$  – moc zamieniona na ciepło.

Powyższa definicja jest ważna dla układu w rezonansie, tzn. albo anteny w stanie rezonansu, albo anteny doprowadzonej do rezonansu poprzez zewnętrzne indukcyjności lub pojemności na zaciskach, które będą kompensować pewną część energii biernej. Jednak w sytuacji, kiedy antena nie będzie w rezonansie i nie będzie kompensowana reaktancja, w zależności od charakteru energii przeważającej, wprowadza się dwie dodatkowe zależności [3]:

$$Q = \frac{2\omega W_e}{P_A}, \quad W_e > W_m, \quad (3)$$

$$Q = \frac{2\omega W_m}{P_A}, \quad W_e < W_m, \quad (4)$$

gdzie:

- $W_e$  – zmagazynowana energia elektryczna,
- $W_m$  – zmagazynowana energia magnetyczna.

Tak jak połowa, szerokość krzywej rezonansowej obwodu rezonansowego jest związana z jego dobrocią:

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}, \quad (5)$$

analogicznie, szerokość pasma pracy anteny, w sensie dopasowania, jest związana z jej dobrocią. Można pokazać, że w przypadku anten zależność (5) określa pasmo, którego granice są określone przez WFS  $r = 2,681$ . Dla innych wartości granicznego WFS należy skorzystać ze wzoru [8]:

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0(r-1)}{Q\sqrt{r}}, \quad (6)$$

gdzie  $r$  jest wartością WFS na granicach pasma.

Powyższe rozważania dotyczą nie tylko anten w rezonansie, gdyż, jak już wspomniano, dla każdej  $\omega$  poza rezonansem można na wejściu anteny dołączyć element reaktancyjny tak dobrany, aby zniósł część reaktancyjną impedancji wejściowej. Takie podejście pozwala na sporządzenie wykresu  $Q$ , czyli potencjalnie możliwej szerokości pasma, w funkcji częstotliwości.

Dobroć minimalna dla małych anten, ustalona przez L.J. Chu w 1948 r. [7], a następnie udoskonalona przez J.S. McLeana w roku 1996 [19], nazywana:

- granicą Chu (*Chu-limit*);
- dolną granicą dobroci;
- ograniczeniem fundamentalnym  $Q_{lb}$ ;

mówi, że istnieje możliwość otoczenia anteny kulą o promieniu elektrycznym  $ka$ , gdzie  $k$  jest liczbą falową ( $k = 2\pi/\lambda$ ), natomiast  $a$  jest promieniem hipotetycznej sfery otaczającej antenę, opisującym maksymalny wymiar anteny [23]. Dobroć  $Q_{lb}$  może być wyrażona zależnością:

$$Q_{lb} = \eta_r \left( \frac{1}{(ka)^3} + \frac{1}{ka} \right) \quad (7)$$

gdzie  $\eta_r$  jest sprawnością promieniowania anteny określoną przez  $R_{prom}/(R_{prom} + R_{strat})$ .

Ważne jest stwierdzenie, że uzyskanie przez antenę wspomnianej dolnej granicy dobroci zależy od stopnia wypełnienia sfery  $ka$ , a nie zależy od rozkładu prądu w niej [23]. Najniższą możliwą dobroć  $Q$  uzyskuje się, gdy przewody anteny wypełniają najbardziej oddalone od siebie części sfery o promieniu elektrycznym  $ka$  [3, 4, 16]. Granica Chu (7), ze względu na swój ogólny charakter, może być stosowana również dla częstotliwości nierezonansowych.

Wzór wynikający z definicji dobroci (2) jest mało przydatny, ze względu na fakt, że typowe symulacje nie dają informacji o magazynowanych energiach. Natomiast zawsze jest obliczana impedancja wejściowa anteny, dlatego niezbędne są zależności przybliżające [26]. Skorzystano tu z zależności na  $Q$  związanej z impedancją wejściową anteny. Dzięki takiemu przybliżeniu można wyznaczyć dobroć dla każdej częstotliwości [3, 4]:

$$Q_Z = \frac{\omega_0}{2R_A(\omega_0)} \sqrt{R'_A(\omega_0)^2 + (X'_A(\omega_0) + \frac{|X_A(\omega_0)|}{\omega_0})^2} \quad (8)$$

gdzie:

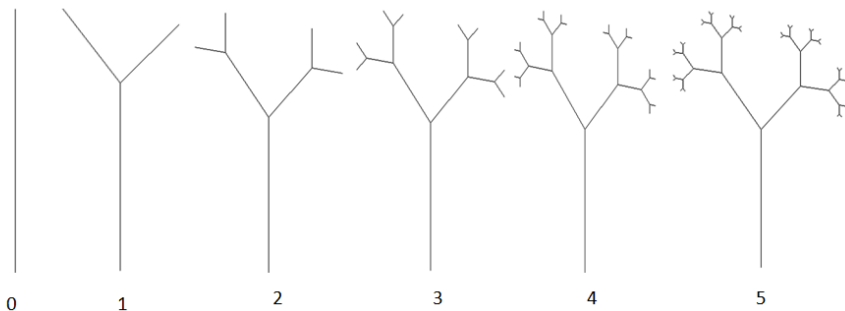
- $R_A(\omega_0)$  – rezystancja wejściowa anteny,
- $X_A(\omega_0)$  – reaktancja wejściowa anteny,
- $R'_A(\omega_0)$  – pochodna rezystancji wejściowej anteny względem pulsacji,
- $X'_A(\omega_0)$  – pochodna reaktancji wejściowej anteny względem pulsacji.

Należy jeszcze podkreślić, że pochodne w powyższym wzorze muszą być obliczane względem pulsacji  $\omega$ , a nie częstotliwości  $f$ .

#### 4. DRZEWO FRAKTALNE

Drzewo fraktalne jest jednym z przykładów fraktala wzorowanego na naturze. Kolejne iteracje polegają na powtarzanych rozgałęzieniach pnia. Jeśli do generacji drzewa używane są kwadrat i trójkąty, powstaje tzw. drzewo Pitagorasa. W tej pracy generatorem (czyli strukturą podstawową, która jest potem iterowana) jest prosty monopól, do którego końca w kolejnych iteracjach dokładane są dwie gałęzie, spełniające następujące zasady: po pierwsze, długość nowej gałęzi stanowi połowę długości poprzedniej gałęzi, a po drugie, między dokładanymi dwoma gałęziami jest zachowany kąt prosty. Wszystkie iteracje tworzone są w taki sposób, aby ich długość mierzona od podstawy do ostatniej najwyższej gałęzi była równa 1,14 m (rys. 2). Średnica odcinków drutu stanowiących model anteny wynosi 2 mm. Iteracją zerową będzie nazywany porównywany monopól prosty, który będzie stanowić odniesienie.

Do zaprojektowania anten i symulacji wykorzystano program do analizy anten – AWAS 2.0, natomiast do wyznaczenia krzywych dobroci – program *Matlab*. Zasada skalowania anten pozwala przenieść uzyskane dalej wyniki na dowolne pasmo częstotliwościowe.



Rys. 2. Kolejne iteracje drzewa fraktalnego

Fig. 2. Iterations of fractal tree

Zaproponowany kształt ma cechy wspólne z najpopularniejszymi fraktalami, np. krzywą Kocha, jednak wydaje się, że rozgałęzienia mogą stanowić istotną zmianę i powodować różnice w jakości pracy anteny. Drzewo fraktalne było prezentowane w kilku publikacjach [6, 24], ale żaden z autorów nie zwracał uwagi na wpływ tego kształtu na dobroć anteny.

## 5. WYNIKI BADAŃ

W tabeli 1 przedstawiono wszystkie częstotliwości rezonansowe dla badanych konstrukcji anten w zakresie częstotliwości od 10 do 400 MHz. Wyniki są potwierdzeniem znanego już w teorii anten faktu obniżania się częstotliwości rezonansowych anten fraktalnych w miarę wzrostu stopnia iteracji. Porównując pierwszą częstotliwość rezonansową iteracji 0 (62,6 MHz) z iteracją 5 (33,4 MHz), widać, że nastąpiło zmniejszenie częstotliwości o 46,6%. Zjawisko wyjaśniane jest zwiększeniem długości elektrycznej krzywych wypełniających przestrzeń. Zastosowanie złożonych kształtów fraktalnych wymusza bardziej skomplikowaną, przez co dłuższą, drogę prądów w strukturach anteny. Na skutek tego częstotliwość rezonansowa anteny o ustalonych rozmiarach zewnętrznych ulega obniżeniu. Taka tendencja utrzymuje się tylko dla kilku pierwszych iteracji, następne przekształcenia nie wzmacniają wspomnianego efektu, ponieważ kolejne dalsze konstrukcyjne anteny nie wydłużają nadto dróg elektrycznych przewodów. Tym niemniej, jak to pokazano dalej, wyższe iteracje poszerzają znacznie pasmo pracy anteny.

**Tabela 1.** Częstotliwości rezonansowe badanych anten

*Table 1. Tested antennas resonance frequencies*

Antena o wys. 1,14 m	$f_{r1}$ [MHz]	$f_{r2}$ [MHz]	$f_{r3}$ [MHz]	$f_{r4}$ [MHz]	$f_{r5}$ [MHz]	$f_{r6}$ [MHz]
Iteracja 0	62,6	122	193,5	249,8	325	375
Iteracja 1	45,9	108,7	190,5	241,4	323,7	363,2
Iteracja 2	44,2	103,8	189,1	240,1	300,6	343,6
Iteracja 3	39,5	99,5	184,3	237,2	298,1	353,8
Iteracja 4	35,7	95	177,7	225,8	287,7	344,9
Iteracja 5	33,4	92,1	172,8	220,9	282,7	340,5

Tabela 2 przedstawia kolejne zjawisko, o którym wspomniano już w punkcie 2 przy omawianiu korzyści związanych z antenami fraktalnymi, czyli niecałkowite stosunki częstotliwości rezonansowych. Podczas gdy w przypadku monopolu stosunki kolejnych częstotliwości rezonansowych do pierwszej częstotliwości rezonansowej są liczbami bliskimi całkowitymi, a kolejne częstotliwości pojawiają się co około 63 MHz, to w przypadku anten fraktalnych nie ma takich zależności. Po pierwsze, z każdą kolejną iteracją stosunki częstotliwości rezonansowych coraz bardziej oddalają się od liczb całkowitych, a po drugie, nie ma stałej różnicy między

kolejnymi częstotliwościami rezonansowymi. Zjawisko to pozwala na dość dowolną manipulację częstotliwościami rezonansowymi oraz uzyskanie rezonansów na wybranych pasmach pracy dzięki tylko zmianie kształtu anteny.

**Tabela 2.** Stosunki częstotliwości rezonansowych

**Table 2.** The resonant frequencies ratio

	$f_{r1}$ [MHz]	$f_{r2}/f_{r1}$	$f_{r3}/f_{r1}$	$f_{r4}/f_{r1}$	$f_{r5}/f_{r1}$	$f_{r6}/f_{r1}$
<b>Iteracja 0</b>	62,6	1,9	3,1	4,0	5,1	6,0
<b>Iteracja 1</b>	45,9	2,4	4,2	5,3	7,1	7,9
<b>Iteracja 2</b>	44,2	2,3	4,3	5,4	6,8	7,8
<b>Iteracja 3</b>	39,5	2,5	4,7	6,0	7,5	9,0
<b>Iteracja 4</b>	35,7	2,7	5,0	6,3	8,1	9,7
<b>Iteracja 5</b>	33,4	2,8	5,2	6,6	8,5	10,2

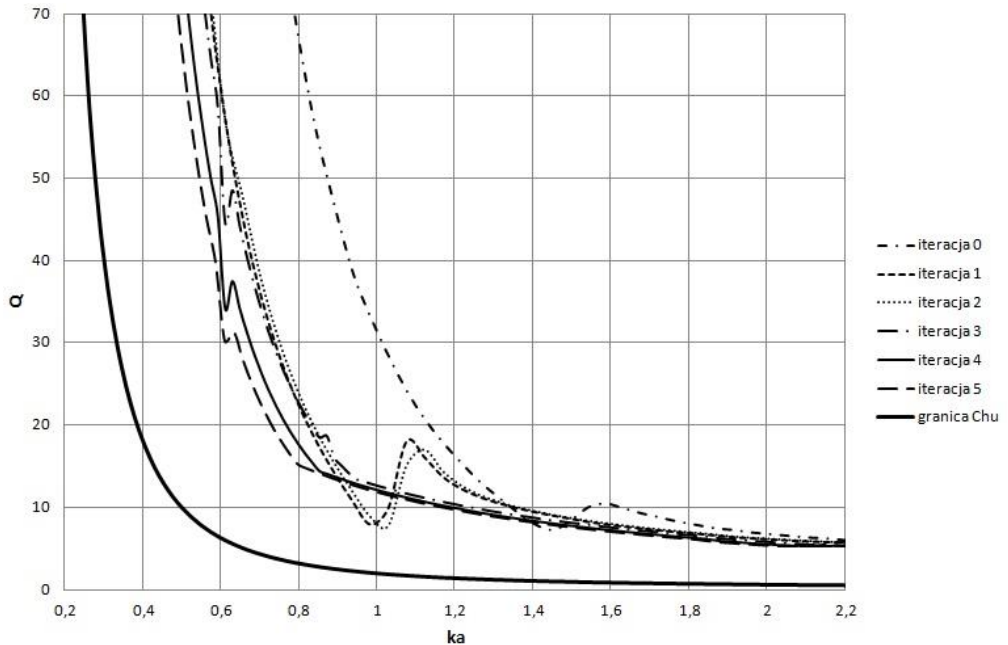
Parametr dobroci wyznaczono zgodnie z zależnością (8) dla wszystkich anten. Uzyskane wyniki wykazały, że najlepszy efekt wykorzystania struktury drzewa fraktalnego jawi się dla małych częstotliwości, takich do 100 MHz ( $ka$  do 2,2). W przedziale 10–100 MHz ( $0,25 < ka < 2,2$ ) antena fraktalna jest znacznie skuteczniejsza niż prosty monopol. Dla większych częstotliwości, tych od 100 do 400 MHz ( $ka$  do 9,5), dobroć iteracji 0 jest zdecydowanie lepsza, a w okolicach 300 MHz nawet o 150%. W związku z tym w dalszej części skupiono się tylko na zakresie częstotliwości od 10 do 100 MHz.

Wykres (rys. 3) przedstawia zależność dobroci w funkcji  $ka$  (tu  $a$  jest wysokością anteny). Do porównania zaznaczono również krzywą odpowiadającą najmniejszej możliwej dobroci, wspomnianej już granicy Chu, wyznaczonej z zależności (7).

Odczytując z wykresu parametry dobroci oraz odpowiadające im  $ka$ , a następnie korzystając z zależności (6), można porównać względne szerokości pasm pracy anteny dla kolejnych iteracji drzewa fraktalnego. Dla  $ka$  równego 0,8 (ok. 33,4 MHz) oraz  $r = 2$  dla kolejnych iteracji otrzymano następujące wartości dla  $\Delta\omega/\omega_0$ : 1,0%, 3,1%, 2,9%, 3,1%, 4,0%, 4,6%.

Uzyskane wyniki potwierdzają szersze pasma pracy anten fraktalnych od klasycznego monopolu w zakresie małych częstotliwości, dlatego geometria fraktalna tak często wykorzystywana jest w konstrukcji anten szerokopasmowych.





**Rys. 2.** Dobroć anten w funkcji  $ka$ , dla wszystkich iteracji

**Fig. 3.** Antenna quality factor as a function of  $ka$ , for all iterations

Warto również zwrócić uwagę na obszar obniżenia dobroci w okolicach pierwszej częstotliwości rezonansowej, zjawisko szczególnie widoczne dla 1 oraz 2 iteracji. Dla  $ka = 1,03$  (ok. 43,15 MHz) i iteracji 2 można uzyskać względną szerokość pasma nawet 9%, co jest wartością najlepszą w paśmie do ok. 60 MHz. Oznacza to, że chociaż antenę można zestroić za pomocą zewnętrznych reaktancji na dowolną częstotliwość, to jednak praca na naturalnej częstotliwości rezonansowej zapewni nieco szersze pasmo niż na częstotliwościach sąsiednich. Dołożenie zewnętrznej reaktancji wywołuje zwiększenie całkowitej energii zmagazynowanej, a w konsekwencji zwiększenie dobroci, jednak jednocześnie zwężenie pasma pracy.

## PODSUMOWANIE

Reasumując, należy stwierdzić raz jeszcze, że istnieje związek między właściwościami geometrii fraktalnej a zachowaniami elektromagnetycznymi anten. Przeprowadzone badania potwierdziły, że konstrukcja anteny fraktalnej charakteryzuje się mniejszymi częstotliwościami rezonansowymi, lepszymi wartościami dobroci, a także szerszymi pasmami pracy dla niskich częstotliwości. Właściwości te mogą być łatwo wykorzystane do projektowania użytecznych anten, szczególnie w urządzeniach mobilnych, gdzie dla użytkowników najważniejsza jest miniaturyzacja.

Choć uzyskane wyniki mogą być zadowalające, to należy prowadzić dalsze badania nad wykorzystaniem struktur fraktalnych, a także nad szukaniem nowych geometrii fraktalnych, które zapewnią więcej szerszych pasm pracy anteny w zakresie wysokich częstotliwości. Odległość uzyskanych krzywych (rys. 3) do granicy Chu sugeruje, że muszą istnieć struktury, które bardziej się do niej zbliżą.

Jedną z propozycji może być zmiana kształtu drzewa fraktalnego na krzew fraktalny. Różnicę stanowiłaby procedura budowy, kolejne gałęzie zamiast krótsze o połowę, mogą być np. dwa razy dłuższe od poprzednich. Taka budowa spowoduje efekt znacznie lepszego wypełniania przestrzeni, a, co za tym idzie, lepszą transmisję energii z toru zasilającego antenę do fali propagującej się w wolnej przestrzeni, a w konsekwencji poprawę istotnego parametru pracy anteny, jakim jest impedancyjne pasmo pracy.

Autorka składa serdeczne podziękowania Piotrowi Dębickiemu, prof. AMG za niezliczone wskazówki, nieocenione wsparcie oraz poświęcony czas.

## LITERATURA

1. Anguera J., Daniel J.P., Borja C., Mumburu J., Puente C. et al., *Metallized foams for antenna design: application to fractal-shaped Sierpinski-carpet monopole*, Progress in Electromagnetics Research-pier – PROG ELECTROMAGN RES, 2010, Vol. 104, s. 239–251.
2. Balanis C.A., *Antenna Theory: Analysis and Design*, John Wiley & Sons, Inc., New York 1997.
3. Best S.R., *Electrically Small Multiband Antennas*, [w:] *Multiband Integrated Antennas for 4G Terminals*, red. D.A. Sanchez-Hernandez, Artech House Inc., 2008, s. 1–31.
4. Best S.R., *Optimization of the bandwidth of electrically small planar antennas*, 2009 Antenna Applications Symposium, Monticello, IL, September 2009.
5. Best S.R., Morrow J.D., *The effectiveness of space-filling fractal geometry in lowering resonant frequency*, Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE, Vol. 1, 2002, No. 1, s. 112–115.
6. Bharmal M., Vinoy K.J., *Design of Fractal UWB Antenna*, <http://www.ece.iisc.ernet.in/~kjinoy/adspdf/Mohammadi.pdf> (dostęp grudzień 2015).
7. Chu L.J., *Physical limitations of omni-directional antennas*, Journal of Applied Physics, Vol. 19, 1948, s. 1163–1175.
8. Cohen N., *Fractals' new era in military antenna design*, <http://defenseelectronicsmag.com/site-files/defenseelectronicsmag.com/files/archive/rfdesign.com/mag/508RFDSF1.pdf> (dostęp 12.12.2015).
9. Derneryd A.G., *The circular microstrip antenna element*, Proc. Int'l. Conf. Antennas Propagation (IEE), Part 1, November 1978, s. 307–310.
10. Figiel M., Sabała T., *Fraktale*, „Foton. Pismo dla nauczycieli i studentów fizyki oraz uczniów”, 2010, nr 111, s.18–25.
11. Gawrylczyk K.M., *Rezonans w gałęzi szeregowej*, [http://www.kmg.zut.edu.pl/ftp/Teoria\\_Obwodow/rez.pdf](http://www.kmg.zut.edu.pl/ftp/Teoria_Obwodow/rez.pdf).

12. Gonzalez J.M., Romeu J., *Measurement of Radiation Efficiency and Quality Factor of Fractal Antennas: The Wheeler Cap Method*, *FRACTALCOMS: Exploring the limits of Fractal Electrodynamics for the future telecommunication technologies*, 2002.
13. Gromada M., *Fraktale i samo podobieństwo*, marzec 2003; [www.multifraktal.net/moje\\_prace/fraktale.pdf](http://www.multifraktal.net/moje_prace/fraktale.pdf).
14. Kalra D., *Antenna miniaturization using fractals*, Thapar Institute of Engineering and Technology, Patiala, Indie, 2007.
15. Katunin A., *Od wszechświata do atomu*, „Forum Akademickie”, maj 2012, nr 5.
16. Krzysztofik W., *Printed multiband fractal antennas*, [w:] *Multiband Integrated Antennas for 4G Terminals*, red. D.A. Sanchez-Hernandez, Artech House Inc., 2008, s. 95–150.
17. Kumar A., Kumar Arya A., Gupta R., *Design and Analysis of Effect of Parasitic Patch on Fractal Antenna*, *International Journal of Electronics and Computer Science Engineering*, Vol. 1, 2012, No. 2, s. 686–691.
18. Martyn T., *Fraktale i obiektowe algorytmy ich wizualizacji*, Wydawnictwo Nakom, Poznań 1996.
19. McLean J.S., *A re-examination of the fundamental limits on the radiation  $Q$  of electrically small antennas*, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 44, 1996, No. 5, s. 672–676.
20. Neetu, Bansal S., Bansal R.K., *Design and Analysis of Fractal Antennas based on Koch and Sierpinski Fractal Geometries*, *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*, Vol. 2, June 2013, No. 6, s. 2110–2116.
21. Peitigen H.O., Jürgens H., Saupe D., *Fraktale – granice chaosu*, cz. 1, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1996.
22. Poprzen N., Gacanovic M., *Fractal antennas: design, characteristics and application*, [http://www.phd.etfbl.net/files/Works\\_PDF/Poprzen%20Nemanja%20.pdf](http://www.phd.etfbl.net/files/Works_PDF/Poprzen%20Nemanja%20.pdf) (12.12.2015).
23. Puente Baliarda C., Romeu J., Cardama A., *The Koch Monopole: A Small Fractal Antenna*, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 48, 2000, No. 11, s. 1773–1781.
24. Vinoy K.J., Abraham J.K., Varadan V.K., *Fractal Dimension and Frequency Response of Fractal Shaped Antennas*, *Antennas and Propagation Society International Symposium*, Vol. 4, 2003, s. 222–225.
25. Winnicki I., *Fraktale wokół nas i kilka słów o chaosie*, *Zeszyty Naukowe Warszawskiej Wyższej Szkoły Informatyki*, 2010, nr 4, s.169–184.
26. Yaghjian A.D., Best S.R., *Impedance, bandwidth, and  $Q$  of antennas*, *IEEE Transactions Antennas and Propagation*, Vol. 53, 2005, No. 4, s. 1298–1324.
27. Yang X., Chiochetti J., Papadopoulos D., Susman L., *Fractal Antenna Elements and Arrays*, *Applied Microwave & Wireless*, May 1999, s. 34–46.

## FRACTAL ANTENNA – AN INFLUENCE OF FRACTAL TREE ITERATIONS ON RESONANCE FREQUENCY AND ANTENNA QUALITY FACTOR

### Summary

*The antenna quality factor ( $Q$ ) is an useful parameter that allows to compare the antennas if the size of an antenna is small regarding the operating wavelength. The paper summarizes the most important information about the  $Q$ . The relationship between the  $Q$  and a bandwidth, the lower bound of the  $Q$  (Chu – limit) as well as the relationship between the  $Q$  and the input impedance have been presented. Also, some unique properties of the fractal antennas have been outlined. The paper also refers to the analysis of simulations of the fractal antennas radiation impedance. The geometry of tested antennas is based on the first five iterations of the fractal tree. The antenna analysis results with monopole of the same length have been compared. The idea of using the  $Q$  factor to compare the possible bandwidth of the antennas has been applied. As a results the area of the best electrical length 'ka' as well the proper iteration number has been shown. Also an influence of the iteration number on the antenna resonant frequencies has been presented.*

**Keywords:** antenna, fractal, fractal tree, resonance frequency, quality factor.