

WPŁYW ODWZOROWANIA KRZYWEJ RAMION PROSTUJĄCYCH NA WYNIKI SYMULACJI NUMERYCZNYCH WYMUSZONYCH KOŁYSAŃ BOCZNYCH STATKU

Do opisanie ruchu statku po sfalowanym morzu używany jest układ sześciu równań różniczkowych. Dodatkowo uwzględniane są sprzężenia pomiędzy poszczególnymi ruchami. Jednak z punktu widzenia bezpieczeństwa statecznościowego statku znaczenie mają głównie kołysania boczne, dla których sprzężenia mające znaczenie pochodzą od nurzania oraz kiwania. Parametrami równania kołysań bocznych statku, przy pominięciu sprzężeń z innymi ruchami, są parametry opisujące: bezwładność, sztywność, tłumienie oraz wymuszenie. Każdy z tych parametrów wykazuje mniejszą lub większą nieliniowość, która ma znaczący wpływ na wyniki obliczeń. Prezentowany materiał poświęcony jest parametrowi sztywności, którym w przypadku kołysań statku jest krzywa ramion prostujących GZ. Pokazano wpływ odwzorowania krzywej ramion prostujących na wyniki symulacji numerycznych, wymuszonych kołysań bocznych statku. Pokazano również wpływ nieliniowości krzywej GZ na częstość rezonansową kołysań statku.

Słowa kluczowe: stateczność statku, kołysania statku, krzywa ramion prostujących, rezonans kołysań statku.

WSTĘP

Ruch statku po sfalowanym morzu opisywany jest za pomocą układu sześciu równań różniczkowych. Dodatkowo uwzględniane są sprzężenia występujące pomiędzy poszczególnymi ruchami. Równania ruchu statku oraz ich opis można znaleźć w wielu podręcznikach, w tym [6, 19]. Jednak z punktu widzenia bezpieczeństwa statecznościowego statku znaczenie mają głównie kołysania boczne, z ewentualnym uwzględnieniem ruchów z nimi sprzężonych, przede wszystkim nurzań oraz kiwań.

Sytuacje niebezpieczne, w których może dojść do przewrócenia statku w stanie nieuszkodzonym, spełniającego wymagania stateczności, dzieli się na rezonansowe oraz nierezonansowe [2]. Sytuacje nierezonansowe dotyczą praktycznie dwóch scenariuszy. Pierwszym jest połączenie kołysań bocznych statku na fali poprzecznej z dynamicznym uderzeniem wiatru. Scenariusz ten jest dobrze reprezentowany przez uproszczone podejście stosowane w kryteriach stateczności statku, definiowanych wcześniej przez poszczególne Instytucje Klasyfikacyjne, a obecnie przez Kodeks Stateczności Statku w Stanie Nieuszkodzonym [11]. Drugi scenariusz dotyczy utraty stateczności statku na fali nadążającej, gdy grzbiet fali znajduje się na wysokości śródkręcia. Do niebezpiecznych sytuacji nierezonansowych zaliczyć należy również takie zjawiska, jak *broaching* oraz *surfriding*.

Sytuacje rezonansowe dzieli się na rezonans kołysań bocznych oraz rezonans parametryczny kołysań bocznych. Rezonans kołysań występuje przy falowaniu bocznym, gdy częstość momentu wymuszającego jest równa lub bliska częstości kołysań własnych statku. W sytuacji tej energia kołysań pochodzi bezpośrednio od fali. Rezonans parametryczny kołysań występuje przy falowaniu z sektora dziobowego lub rufowego i polega na wzbudzeniu niestabilności układu oraz wzroście amplitudy kołysań w wyniku okresowej zmiany parametrów układu, a nie w wyniku bezpośredniego działania okresowej siły zewnętrznej. Często przy tym rozróżnia się:

- rezonans parametryczny kołysań, w odniesieniu do zjawiska wywołanego okresowymi zmianami momentu prostującego statku na fali;
- rezonans autoparametryczny kołysań, gdy energia kołysań dostarczana jest z rezonansowej postaci innego stopnia swobody, a dokładnie nurzań, oraz kołysań wzdłużnych.

Ponieważ wymienione zjawiska stanowią duże zagrożenie dla bezpieczeństwa statku oraz są bardzo złożone i zależne od szeregu parametrów o charakterystykach wykazujących duże nieliniowości, od lat są przedmiotem wielu prac badawczych.

Literatura przedmiotu, przedstawiająca analizy różnych aspektów kołysań statku, jest niezwykle bogata. Ze starszych prac wymienić można np. opracowania poświęcone tłumieniu kołysań [4, 8, 9]. Z nowszych opracowań warto zwrócić uwagę na prace poświęcone zjawisku rezonansu kołysań parametrycznych oraz Drugiej Generacji Kryteriów Stateczności [1, 10, 12, 13, 14, 17]. Znaleźć można również wiele prac poświęconych stosowanym modelom matematycznym kołysań bocznych, jak i wpływowi poszczególnych parametrów równania na wyniki obliczeń [3, 5, 7, 16]. Jak duże znaczenie ma przyjęty model matematyczny oraz zapis poszczególnych parametrów równania kołysań, prezentuje opracowanie, przedstawiające porównanie wyników obliczeń rezonansu parametrycznego kołysań bocznych wykonanych za pomocą 14 różnych uznanych programów symulacji ruchu statku na fali [15].

Celem prezentowanego artykułu jest przedstawienie wpływu odwzorowania krzywej ramion prostujących na symulacje wymuszonych kołysań bocznych. Analizę wykonano, opierając się na dość prostym modelu matematycznym kołysań bocznych, z pominięciem sprzężeń z innymi ruchami statku. Zastosowanie tak prostego modelu nie pozwala wprowadzić na wyznaczenie dokładnych wartości amplitud kołysania statku, ale ułatwia określenie wpływu analizowanego parametru.

1. MODEL KOŁYSAŃ BOCZNYCH STATKU

Ogólny model kołysań bocznych statku, z pominięciem sprzężeń z innymi ruchami, przy uwzględnieniu wymuszenia zewnętrznego w postaci pojedynczej fali harmoniczej oraz liniowym zapisie tłumienia przedstawić można w postaci:

$$(I_x + A_{44})\ddot{\phi} + B_{44}\dot{\phi} + K(\phi) = M_w \cos(\omega_e t) \quad (1)$$

gdzie:

- I_x – poprzeczny moment bezwładności masy statku,
- A_{44} – moment masy wody towarzyszącej kołysaniu bocznemu,
- B_{44} – liniowy współczynnik tłumienia kołysań,
- $K(\phi)$ – moment prostujący statek,
- M_w – moment wymuszenia zewnętrznego,
- ω_e – częstość wymuszenia (częstość spotkaniowa fali).

Wartość momentu prostującego $K(\phi)$ równa jest iloczynowi wyporności statku D oraz ramienia prostującego GZ :

$$K(\phi) = D \cdot GZ(\phi) \quad (2)$$

Po podstawieniu zależności (2) do (1) oraz przekształceniu, otrzymuje się:

$$\ddot{\phi} + 2\mu \cdot \dot{\phi} + \frac{\omega_0^2}{GM} GZ(\phi) = \xi_w \cos(\omega_e t) \quad (3)$$

gdzie:

- ω_0 i GM – częstość kołysań własnych i wysokość metacentryczna dla statku w zakresie małych kątów przechyłu,
- μ – współczynnik tłumienia,
- ξ_w – współczynnik wymuszenia.

Zależność (3) jest często stosowana, ale poza krzywą GZ zawiera również ω_0 oraz GM , będące parametrami charakterystycznymi statku tylko w zakresie małych kątów, co mogłoby utrudnić analizę wpływu krzywej GZ w pełnym zakresie kątów przechyłu. W związku z tym do obliczeń wykorzystano inną postać równania, uzyskaną po zastosowaniu prostych przekształceń, tak by sztywność układu w funkcji kąta przechyłu była reprezentowana tylko przez krzywą GZ :

$$\ddot{\phi} + 2\mu \cdot \dot{\phi} + \frac{g}{r_x} GZ(\phi) = \xi_w \cos(\omega_e t) \quad (4)$$

gdzie r_x – poprzeczny promień bezwładności masy statku (z uwzględnieniem masy wody towarzyszącej).

Rezultaty obliczeń numerycznych zarówno dla modelu (1) zapisanego w postaci (4), jak i dla modeli z uwzględnieniem sprzężeń, uzależnione są od właściwego odwzorowania poszczególnych parametrów równania. Jest to szczególnie ważne ze względu na nieliniowość zmian tłumienia, momentu wymuszenia (zależnego nie tylko od kształtu fali, ale również od częstości wymuszenia) oraz momentu prostującego, co wyraźnie zaznaczono w wielu opracowaniach [3, 12, 13]. Bardzo często podkreśla się, że brak zgodności obliczeń numerycznych z wynikami badań modelowych oraz odnotowanymi wielkościami zdarzeń rzeczywistych spowodowany jest właśnie niewłaściwym odwzorowaniem parametrów równania lub pominięciem sprzężeń z innymi ruchami. W prezentowanym opracowaniu współczynnik tłumienia, jak i współczynnik wymuszenia przyjmowane będą o stałej wartości.

2. KRZYWA RAMION PROSTUJĄCYCH

Krzywej ramion prostujących nie można przedstawić w formie konkretnej zależności analitycznej. W symulacjach numerycznych kołysań bieżąca wartość ramienia prostującego jest albo liczona bezpośrednio na podstawie aktualnego kształtu zanurzonej części kadłuba, albo wyznaczana na podstawie zależności aproksymującej przebieg krzywej GZ w funkcji kąta przechyłu. Wyznaczanie ramion prostujących na bieżąco w trakcie symulacji numerycznych kołysań znacząco je spowalnia, dlatego częściej stosuje się zależności aproksymujące przebieg krzywej ramion prostujących. Zazwyczaj do aproksymacji krzywej ramion prostujących stosuje się wielomiany potęgowe. Są to najczęściej wielomiany od 5. do 9. stopnia, ale wykorzystywane są również wielomiany wyższych stopni [18]. Ze względu na znak wartości ramion prostujących dla burty prawej i lewej wielomiany zawierają tylko nieparzyste potęgi argumentu. Można wykorzystać wielomiany z parzystymi potęgami argumentów, ale wymagany byłby wtedy zapis z zastosowaniem wartości bezwzględnej np.: $\phi^2 \rightarrow \phi \cdot |\phi|$, $\phi^4 \rightarrow \phi \cdot |\phi^3|$. Na podstawie wyników pracy [18] do analizy wykorzystano wielomiany potęgowe 9. stopnia, przy czym użyto zależności postaci (5) i (6), gdzie wielomian (6) powiązany jest bezpośrednio z wartością GM , co ma za zadanie wymusić bliższy do rzeczywistego przebieg krzywej ramion prostujących w zakresie małych kątów przechyłu.

$$GZ(\phi) = C1 \cdot \phi + C3 \cdot \phi^3 + C5 \cdot \phi^5 + C7 \cdot \phi^7 + C9 \cdot \phi^9 \quad (5)$$

$$GZ(\phi) = GM \cdot \phi + C3 \cdot \phi^3 + C5 \cdot \phi^5 + C7 \cdot \phi^7 + C9 \cdot \phi^9 \quad (6)$$

Ponieważ w niektórych przypadkach wielomian potęgowy 9. stopnia nie daje zadowalających efektów, do aproksymacji krzywej GZ wykorzystano również wielomian trygonometryczny [18], którego ogólną postać stopnia n prezentuje zależność:

$$f(x) = \sum_{i=0}^n [a_i \cos(i \cdot x) + b_i \sin(i \cdot x)] \quad (7)$$

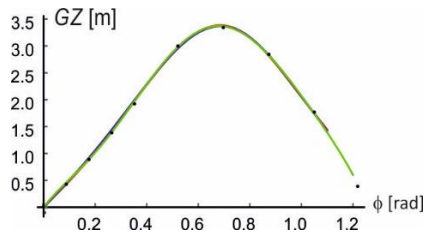
Zgodnie z wynikami [18], do aproksymacji krzywej GZ wykorzystano wielomian trygonometryczny stopnia 3 o postaci (8). Stosując wielomian trygonometryczny, należy jednak pamiętać, że otrzymuje się aproksymacje wykresu GZ tylko dla jednej burty. Dla burty przeciwnej należy przyjąć: $GZ(-\phi) = -GZ(\phi)$.

$$GZ(\phi) = 0,5a + a_1 \cos \phi + b_1 \sin \phi + a_2 \cos 2\phi + b_2 \sin 2\phi + a_3 \cos 3\phi + b_3 \sin 3\phi \quad (8)$$

W zależności od statku, a nawet jego stanu załadowania, wykresy ramion prostujących podzielić można na łatwe oraz trudne do aproksymacji [18]. Dalsza część analizy wykonana została dla takich właśnie dwóch przypadków. Jako przypadek „łatwy” wybrano kontenerowiec 7500 TEU, a jako przypadek „trudny” statek typu OSV (*Offshore Support Vessel*).

3. KONTENEROWIEC 7500 TEU

Pierwszym z rozpatrywanych statków jest kontenerowiec 7500 TEU, o długości pomiędzy pionami $L_{pp} = 285$ m. Krzywą GZ statku, w przyjętym stanie załadowania ($T = 12,50$ m, $GM = 5,00$ m), można uznać za łatwą w aproksymacji – wykres posiada jedno maksimum, a poza nim kąty nachylenia krzywej wykazują niewielką zmienność. Aproksymacje wykonano dla zależności (5), (6) oraz (8), a wyniki przedstawiono na rysunku 1. Jak widać, wszystkie zastosowane wzory aproksymujące dały dobre i zarazem zbliżone rezultaty.

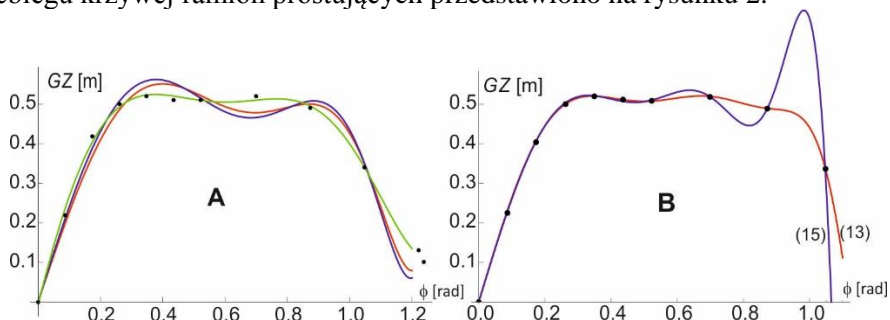


Rys. 1. Krzywa ramion prostujących dla kontenerowca 7500 TEU ($T = 12,50$ m, $GM = 5,00$ m), aproksymowana funkcją: (5) – czerwony, (6) – niebieski, (8) – zielony

Fig. 1. Righting arms for a 7500 TEU container ship ($T = 12.50$ m, $GM = 5.00$ m), approximated by the function: (5) – red, (6) – blue, (8) – green

4. STATEK TYPU OSV

Drugim statkiem jest jednostka typu OSV, o długości pomiędzy pionami $L_{pp} = 76,20$ m, w stanie załadowania: $T = 6,10$ m, $GM = 2,50$ m. Przypadek ten wybrano ze względu na stosunkowo trudny do aproksymacji wykres GZ – posiada on dwa lokalne maksima położone w bliskim swoim sąsiedztwie. Aproksymacje przebiegu krzywej ramion prostujących przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Krzywa ramion prostujących statku OSV ($T = 6,10$ m, $GM = 2,50$ m), aproksymowana funkcją: (5) – czerwony, (6) – niebieski, (8) – zielony (A) oraz wielomianem potęgowym stopnia 13 i 15 (B)

Fig. 2. Righting arms for an OSV ship ($T = 6.10$ m, $GM = 2.50$ m), approximated by the function: (5) – red, (6) – blue, (8) – green (A) and the 13 and 15 order power series polynomial (B)

Oba wielomiany potęgowe 9. stopnia, (5) i (6), nie potrafią z odpowiednią dokładnością opisać przebiegu krzywej GZ .

Zadawalające rezultaty daje natomiast zastosowanie wielomianu trygonometrycznego (8). Jednak, ponieważ wielomian trygonometryczny jest dość kłopotliwy w niektórych zastosowaniach, czasem w celu lepszego odwzorowania krzywej GZ przez wielomian potęgowy stosuje się wielomiany bardzo wysokiego stopnia, nawet 19. [3].

Efekt zastosowania wielomianu potęgowego stopnia 13. oraz 15. przedstawia rysunek 2B.

Jak widać, wielomian bardzo wysokiego stopnia daje często wyjątkowo dobre rezultaty, ale może powodować mocne zawężenie przedziału precyzyjnego odwzorowania krzywej GZ , najczęściej do kątów nie większych niż $0,4$ – $0,5$ rad. Powyżej tych kątów krzywa aproksymująca przechodzi przez poszczególne węzły, jednak pomiędzy nimi otrzymuje się duże odchylenia przebiegu wykresu. Odchylenia te pojawiają czasem dopiero przy wielomianie 15. stopnia (jak na rys. 2B), a czasem już przy 9. stopnia, dlatego każdy z przypadków aproksymacji krzywej GZ wielomianem potęgowym powinien być rozpatrywany indywidualnie.

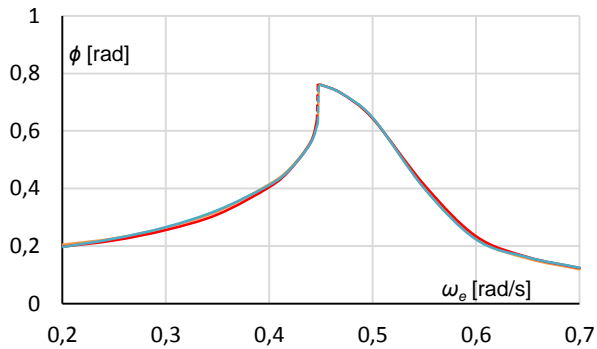
5. SYMULACJE NUMERYCZNE KOŁYSAŃ BOCZNYCH

Symulacje numeryczne wymuszonych kołysań bocznych wykonane zostały za pomocą programu typu CAS (*Computer Algebra System*), zgodnie z zależnością (4), dla aproksymacji krzywej GZ zależnościami: (5), (6) i (8).

Symulacje przeprowadzono dla różnych częstości wymuszenia, przyjmując stałą wartość współczynnika wymuszenia oraz współczynnika tłumienia ($\mu = 0,05$).

Wyniki, przedstawiające zależność amplitudy kołysania ϕ od częstości wymuszenia ω_e , uzyskane dla kontenerowca pokazano na rysunku 3.

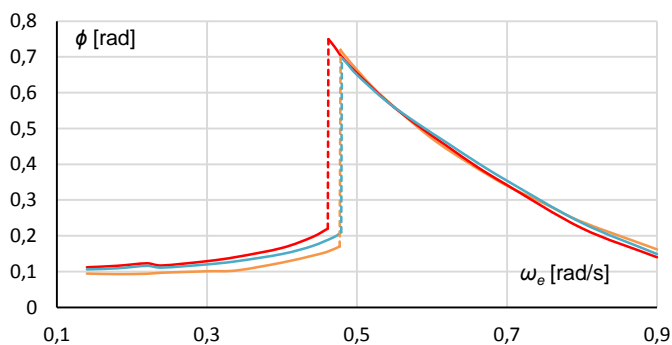
Jak widać, wyniki wszystkich symulacji są praktycznie identyczne, czego można było się spodziewać, porównując wykresy na rysunku 1. Sam sposób zapisu krzywej GZ , stosowany w równaniu (4), nie ma wpływu na rezultaty symulacji.



Rys. 3. Zależność amplitudy kołysań bocznych od częstości wymuszenia dla kontenerowca 7500 TEU ($T = 12,50$ m, $GM = 5,00$ m). Symulacje numeryczne wykonano, wykorzystując krzywe GZ aproksymowane funkcją: (5) – czerwony, (6) – niebieski, (8) – zielony

Fig. 3. Roll amplitude as a function of excitation frequency for a 7500 TEU container ship ($T = 12.50$ m, $GM = 5.00$ m) obtained for the GZ curves approximated by the function: (5) – red, (6) – blue, (8) – green

Wyniki symulacji numerycznych dla statku OSV, przy wykorzystaniu aproksymacji krzywej GZ jak na rysunku 2A, przedstawia rysunek 4. Obliczenia, podobnie jak w poprzednim przypadku, wykonano dla różnych częstości wymuszenia, przy stałej wartości wymuszenia i tłumienia. W tym przypadku widać wyraźne różnice pomiędzy wynikami poszczególnych symulacji. Warto zwrócić uwagę na położenie częstości rezonansowej, przy której występuje również bifurkacja amplitudy kołysań.



Rys. 4. Zależność amplitudy kołysań bocznych od częstości wymuszenia dla statku OSV ($T = 6,10$ m, $GM = 2,50$ m). Symulacje numeryczne wykonano na podstawie krzywych GZ aproksymowanych funkcją: (5) – czerwony, (6) – niebieski, (8) – zielony

Fig. 4. Roll amplitude as a function of excitation frequency for an OSV ship ($T = 6.10$ m, $GM = 2.50$ m) obtained for the GZ curves approximated by the function: (5) – red, (6) – blue, (8) – green

Patrząc na krzywe GZ na rysunku 2A, łatwo zauważyć, że wyniki aproksymacji uzyskanych dla zależności (5) i (6) odbiegają od wyników dla wzoru (8) i wydają się do siebie zbliżone, natomiast wyniki symulacji kołysań (rys.4) pokazują, że częstość rezonansowa jest zbliżona dla (6) i (8), podczas gdy dla wzoru (5) jest wyraźnie przesunięta. Spowodowane jest to zależnością częstości rezonansowej od wartości amplitudy kołysania. Wszystkie symulacje wykonane zostały wprawdzie dla identycznej wartości wymuszenia, ale ze względu na różnice przebiegów poszczególnych krzywych GZ , jak i związane z tym różnice pola powierzchni pod wykresami, statek kołysze się z inną amplitudą, jak i okresem [18]. Zmiana okresu kołysań statku powoduje, że inna jest również częstość kołysań własnych statku, a więc i częstość rezonansowa. W praktyce, za częstość rezonansową przyjmuje się częstość kołysań własnych statku ω_0 , wyznaczoną zgodnie z zależnością zalecaną przez Międzynarodową Organizację Morską (IMO) i podaną w Kodeksie Stateczności Statku w Stanie Nieuszkodzonym (ISC) [11]:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\tau} \quad \tau = \frac{2cB}{\sqrt{GM}} \quad c = 0,373 + 0,023 \frac{B}{T} - 0,00043L_{PP} \quad (9)$$

gdzie:

- τ – okres kołysań własnych statku,
- GM – początkowa poprzeczna wysokość metacentryczna,
- c – współczynnik rozkładu poprzecznego masy statku, wiążący jego szerokość B z wartością poprzecznego promienia bezwładności masy r_x :

$$r_x^2 = (c \cdot B)^2 \quad (10)$$

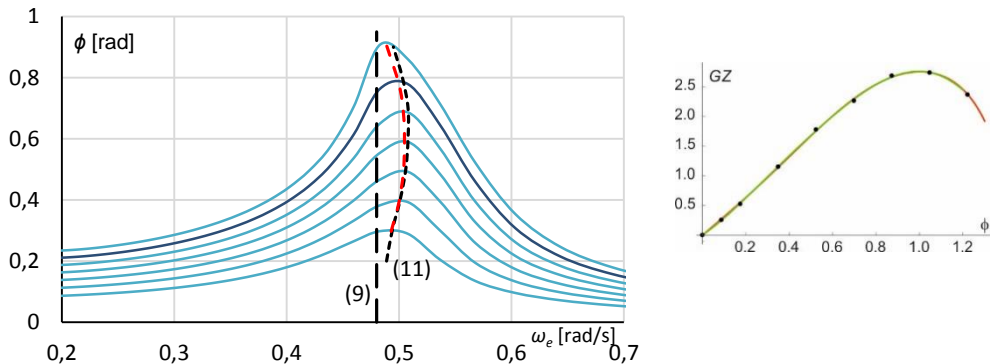
Wartość r_x wyznaczona według (10) jest wartością przybliżoną. Jej dokładne określenie jest w praktyce eksploatacyjnej statku praktycznie niemożliwe. Dla różnych stanów załadowania, nawet wtedy, gdy wyporność jednostki będzie taka sama, rzeczywiste wartości r_x będą się różnić. Przybliżoną wartość r_x można wyznaczyć również według zależności Pawlenki lub Doyera, ale zależność (10) jest zalecana przez IMO. Warto tu również zaznaczyć, że zależność (10) uwzględnia masę wody towarzyszącej kołysaniu.

Ponieważ częstość kołysań własnych, wyznaczana według (9), obliczana jest na podstawie wartości początkowej poprzecznej wysokości metacentrycznej, w większości przypadków prawdziwa jest tylko dla bardzo małych kątów przechyłu, często nieprzekraczających kilku stopni. Często jednak, nawet już przy małych wartościach amplitudy kołysania, częstość rezonansowa przesuwa się w kierunku wyższych częstości, natomiast przy dużych wartościach amplitudy, zazwyczaj bliskich lub przekraczających kąt maksymalnej wartości ramienia prostującego, następuje przesunięcie częstości rezonansowej w kierunku niższych częstości. Kierunek, jak i wartość przesunięcia częstości rezonansowej, zależne są od kształtu wykresu ramion prostujących, a więc również od dokładności odwzorowania krzywej GZ . Przesunięcia te mogą być niewielkie jak na rysunku 5 lub znaczące jak na rysunku 6.

Przykładowe statki dobrano tak, by dodatkowo pokazać, jak odmienne mogą być charakterystyki tych przesunięć. Grupy krzywych, umieszczone na obu rysunkach, przedstawiają wyniki symulacji wymuszonych kołysań bocznych, wykonanych zgodnie z wzorem (4), dla różnych wartości współczynnika wymuszenia ζ_w , przy stałej wartości współczynnika tłumienia ($\mu = 0,05$). Do obliczeń wykorzystano krzywe GZ aproksymowane wielomianem trygonometrycznym (8), natomiast zakres analizowanych częstotliwości wymuszenia dobrano tak, by obejmowały wystąpienie zjawiska rezonansu kołysań bocznych statku. Częstotliwości rezonansowe dla poszczególnych krzywych wyznaczają położenia maksimów wykresów, które w celu ich wyróżnienia połączone zostały czerwoną linią przerywaną. Dla porównania, na rysunkach umieszczono linie przerywane określające położenie częstotliwości rezonansowej wyznaczonej zgodnie z zależnościami (9) i (11):

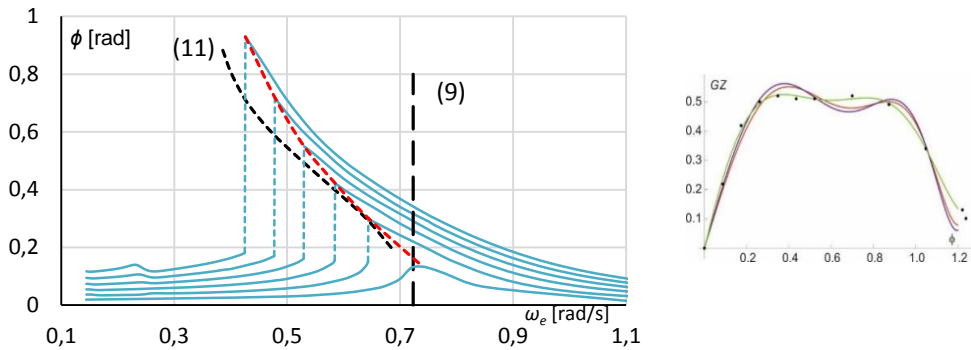
$$\omega_{0eq}^2 = \omega_0^2 + \frac{3}{4}C3\phi^2 + \frac{5}{8}C5\phi^4 + \frac{35}{64}C7\phi^6 + \frac{63}{128}C9\phi^8 + \frac{231}{512}C11\phi^{10} + \dots \quad (11)$$

Zależność (9) została opisana powyżej, natomiast zależność (11), proponowana w [5, 7], pozwala wyznaczyć tzw. ekwiwalentną częstotliwość kołysań własnych statku odpowiadającą amplitudzie kołysania. Wzór (11) nie jest jednak uniwersalny. Wyprowadzony został na podstawie funkcji aproksymującej krzywą GZ , w postaci wzoru (6). Zastosowana we wzorze wielkość ω_0 oznacza częstotliwość kołysań własnych statku wyznaczoną zgodnie z (9), prawidłową w zakresie bardzo małych amplitud kołysania.



Rys. 5. Zależność amplitudy kołysań bocznych od częstotliwości wymuszenia, przy różnych wartościach wymuszenia, dla kontenerowca 5000 TEU ($T = 7,50$ m, $GM = 3,00$ m)

Fig. 5. Roll amplitude as a function of excitation frequency for a different excitation power, for a 5000 TEU container ship ($T = 7.50$ m, $GM = 3.00$ m)



Rys. 6. Zależność amplitudy kołysań bocznych od częstości wymuszenia, przy różnych wartościach wymuszenia, dla statku OSV ($T = 6,10$ m, $GM = 2,50$ m)

Fig. 6. Roll amplitude as a function of excitation frequency for a different excitation power, for an OSV ship ($T = 6.10$ m, $GM = 2.50$ m)

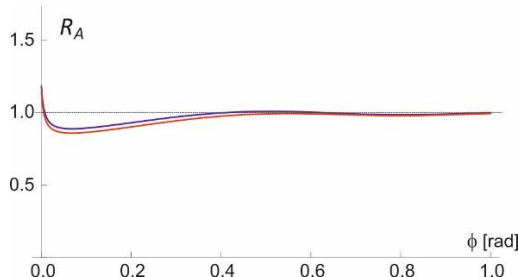
Oba rysunki pokazują niedokładność zależności (9), przy czym w przypadku kontenerowca (rys. 5) nie jest ona duża, natomiast dla statku OSV (rys. 6) jest nie do zaakceptowania. Zależność (11) również nie wyznacza częstości rezonansowej w funkcji amplitudy w sposób bardzo dokładny. Wiąże się to z tym, że opiera się ona praktycznie tylko na zapisie krzywej ramion prostujących, podczas gdy na częstość rezonansową wpływ będzie miała również wartość parametru tłumienia kołysań, jak i sam zapis tłumienia (liniowy lub nieliniowy) oraz wspomniany wcześniej poprzeczny promień bezwładności masy statku r_x . Rzeczywiste wartości częstości rezonansowych wyznaczonych z wykorzystaniem wykonanych symulacji przedstawia umieszczona na obu rysunkach czerwona linia przerywana.

Analizując wykresy na rysunku 4, warto zwrócić uwagę, że przy tym samym wymuszeniu różnice pomiędzy wartościami amplitud osiągniętych dla krzywych GZ aproksymowanych zależnościami (5), (6) i (8) są większe przy małych niż przy dużych kątach kołysania (szczególnie przy częstościach niższych niż rezonansowa). Przyczyną rozbieżności ponownie są różnice między aproksymacjami krzywej GZ . Co ciekawe, pozornie niewielkie różnice pomiędzy poszczególnymi przebiegami krzywej ramion prostujących w zakresie małych kątów przechyłu mają większe znaczenie niż różnice widoczne w zakresie kątów $0,3\text{--}0,9$ rad. Związane jest to z tym, że pomimo iż przebieg krzywej ramion prostujących nie jest bez znaczenia, to dużo większy wpływ ma wartość pracy możliwej do wykonania przez moment prostujący. Aby przedstawić tę zależność, do celów porównywania funkcji aproksymujących krzywą GZ można wprowadzić współczynnik R_A , pokazujący relację prac wykonywanych przez moment prostujący dla poszczególnych charakterystyk krzywej GZ . Przykładowo, porównując różne aproksymacje krzywej GZ z funkcją postaci (8), współczynnik R_A przyjmie postać:

$$R_A(\phi) = \frac{\int_0^\phi GZ_{(i)} d\phi}{\int_0^\phi GZ_{(8)} d\phi} \quad (12)$$

gdzie $GZ_{(i)}$ – krzywa ramion prostujących aproksymowana funkcją (i).

Wartość współczynnika R_A , w funkcji kąta przechyłu, dla porównań funkcji aproksymujących (5) i (6) z funkcją (8), prezentuje rysunek 7.



Rys. 7. Wartość współczynnika R_A dla statku OSV ($T = 6,10$ m, $GM = 2,50$ m), dla (5) i (8) – czerwony oraz (6) i (8) – niebieski

Fig. 7. The R_A coefficient for an OSV ship ($T = 6.10$ m, $GM = 2.50$ m) for functions: (5) and (8) – red as well as (6) and (8) – blue

Wykresy na rysunku 7 wyraźnie pokazują, dlaczego dla różniących się aproksymacji krzywej ramion prostujących, przy danej częstotliwości, uzyskiwane w symulacjach różnice amplitud w zakresie małych kątów przechyłu są większe niż przy dużych kątach. W zakresie małych kątów przechyłu występują relatywnie największe różnice między polami powierzchni pod poszczególnymi wykresami, co wyraźnie obrazuje współczynnik R_A .

Przy większych kątach przechyłu lokalne różnice między polami pod krzywymi GZ , ze względu na ich stosunek do całkowitego pola powierzchni pod wykresem, mają zdecydowanie mniejsze znaczenie. Im większa zatem będzie odchyłka współczynnika R_A od jedności, tym bardziej wzrosną różnice osiąganych amplitud kołysania. Warto również zwrócić uwagę, że dla częstotliwości niższych od rezonansowej większe pole pod wykresem ramion prostujących oznacza mniejszą amplitudę kołysań, podczas gdy dla częstotliwości powyżej częstotliwości rezonansowej większe pole pod wykresem GZ oznacza większą amplitudę kołysania.

PODSUMOWANIE

Na etapie projektowania statków symulacje numeryczne stanowią obok badań modelowych jedno z podstawowych narzędzi, wykorzystywanych do prognozowania zachowania się statku w warunkach morskich i stwierdzenia podatności jednostki na zagrożenia, takie jak rezonans kołysań, rezonans parametryczny kołysań czy utrata stateczności statku na fali. Niezwykle ważny w związku z tym jest zastosowany do obliczeń model matematyczny, jak i każdy z jego parametrów, w tym krzywa ramion prostujących. Jak widać z przedstawionych obliczeń, nawet dość niewielkie odchyłki funkcji aproksymującej krzywą ramion prostujących, szczególnie przy małych kątach przechyłu mogą mieć znaczący wpływ na wyniki symulacji kołysań bocznych. Wykonane obliczenia wskazują również na problem z zależnością (9), zalecaną przez IMO i powszechnie stosowaną do wyznaczania częstości kołysań własnych statku. Na podstawie tej wartości mogą być podejmowane decyzje, dotyczące prędkości i kursu, mające na celu uniknięcie sytuacji niebezpiecznych dla statku, czyli możliwości wystąpienia rezonansu kołysań bocznych lub rezonansu kołysań parametrycznych.

LITERATURA

1. Belenky V., Bassler C., Spyrou K., *Development of Second Generation Intact Stability Criteria*, NSWCCD-50-TR-2011/065.
2. Błocki W., *Bezpieczeństwo statecznościowe statku w sytuacjach rezonansowych*, Politechnika Gdańska, Monografie, 19, Gdańsk 2000.
3. Bulian G., *Nonlinear parametric rolling in regular waves – a general procedure for the analytical approximation of the GZ curve and its use in time domain simulation*, Ocean Engineering, Vol. 32, 2005, s. 309–330.
4. Cardo A., Coppola C., Contento G., Francescutto A., Penna R., *On the Nonlinear Ship Roll Damping Components*, Proceedings, International Symposium NAV'94, Roma 1994.
5. Contento G., Francescutto A., Piciullo M., *On the Effectiveness of Constant Coefficients Roll Motion Equation*, Ocean Engineering, Vol. 23, 1996, s. 597–618.
6. Dudziak J., *Okręt na fali*, Wydawnictwo Morskie, Gdańsk 1980.
7. Francescutto A., Contento G., *Bifurcations in ship rolling: experimental results and parameter identification technique*, Ocean Engineering, Vol. 26, 1999, s. 1095–1123.
8. Haddara M., Bennett P., *A Study of the Angle Dependence of Roll Damping Moment*, Ocean Engineering, Vol. 16, 1989, s. 411–427.
9. Himeno Y., *Prediction of Ship Roll Damping – State of the Art*, University of Michigan, Ann Arbor 1981.
10. Holden Ch., Galeazzi R., Rodriguez C., Perez T., Fossen T. et al., *Nonlinear Container Ship Model for the Study of Parametric Roll Resonance*, Modelling, Identification and Control, Vol. 28, 2007, No. 4.
11. *Intact Stability Code*, 2008, Edition 2009, IMO 2009.
12. Neves M., Rodriguez C., *A coupled non-linear mathematical model of parametric resonance of ships in head seas*, Applied Mathematical Modelling, Vol. 33, 2009.

13. Neves M., Rodriguez C., *On unstable ship motions resulting from strong non-linear coupling*, Ocean Engineering, Vol. 33, 2006.
14. Shin Y.S., Belenky V.L., Paulling J.R., Weems K.M., Lin W.M., *Criteria for Parametric Roll of Large Containerships in Longitudinal Seas*, ABS Technical Papers, 2004.
15. Spanos D., Papanikolaou A., *Benchmark Study on Numerical Simulation Methods for the Prediction of Parametric Roll of Shipp in Waves*, Proceedings of the 10th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles, St. Petersburg 2009.
16. Tylan M., *The effect of nonlinear damping and restoring in ship rolling*, Ocean Engineering, Vol. 27, 2000, s. 921–932.
17. Umeda N., *Current status of Second Generation Intact Stability Criteria Development and Some Recent Efforts*, Proceedings of the 13th International Ship Stability Workshop, Brest 2013.
18. Wawrzyński W., *Aproksymacja krzywej ramion prostujących i jej wpływ na symulacje numeryczne kołysań bocznych statku*, „Logistyka”, 2015, nr 4.
19. Welnicki W., *Mechanika ruchu okrętu*, Politechnika Gdańska, Gdańsk 1989.

EFFECT OF A SHIP RIGHTING ARM CURVE APPROXIMATION FIT ON THE NUMERICAL SIMULATIONS OF FORCED ROLL OSCILLATIONS

Summary

To describe a ships motion in the rough sea conditions, a six differential equations system is used. Additionally the couplings between the motions are taken into account. But in regards of the ships safety the greatest concern relates to the rolling oscillations, for which the couplings of importance come from heaving and pitching.

If the couplings are ignored, the parameters of the rolling oscillations equation are the ones that describe: inertia, stiffness, damping and excitation. Each of these parameters has a lower or higher non-linearity, which has a significant impact on the calculation results.

The material presented is dedicated to the stiffness parameter, which in the case of ships roll oscillations is the righting arms curve GZ. Since the direct notation of the GZ curve using analytical formulas is not possible, it is often that approximating functions are used for this purpose.

The paper shows the effect of the righting arms curve approximation fit on the results of numerical simulations of the ships forced roll oscillations. It also presents the impact of the GZ curve nonlinearity on the roll resonance frequency of the ship.

Keywords: *ship stability, ship roll oscillations, ship righting arms curve, ship roll resonance.*