

STOCHASTYCZNY MODEL DRYFU ROZLEWU OLEJOWEGO

Artykuł prezentuje stochastyczny model dryfu rozlewu olejowego na morzu. Model rozlewu olejowego to model kontroli rozlewu na morzu; zawiera on algorytm przeprowadzenia akcji ratowniczej, polegającej na otoczeniu rozlewu oraz analizę czasu trwania akcji ratowniczej. W celu uwzględnienia parametrów prądów morskich i wiatrów na ruch plamy rozlewu powstała koncepcja przemieszczania się plamy rozlewu olejowego.

Słowa kluczowe: rozlew olejowy, dryf.

WSTĘP

Artykuł przedstawia koncepcję stochastycznego, wielopoziomowego modelu rozlewu olejowego na morzu oraz koncepcję modelowania przemieszczania się plamy rozlewu olejowego, zwanego dryfowaniem plamy oleju. Model rozlewu olejowego został zbudowany na grafie kratowym. W modelu zaproponowano algorytm rozprzestrzeniania się rozlewu olejowego oraz algorytm otaczania rozlewu. Otaczanie plamy rozlewu olejowego jest podstawowym elementem akcji ratowniczej [2]. Zapobiega dalszemu rozlewaniu oleju i skażeniu linii brzegowej akwenu. Głównym kryterium przy wyborze algorytmu otaczania rozlewu była jego skuteczność. W modelu użyto algorytmu, który gwarantuje skuteczne otoczenie rozlewu.

Niezbędnym elementem modelu jest czas akcji ratowniczej. W modelu do analizy czasu wykorzystano zarówno dyskretną zmienną losową, mierzoną za pomocą cykli, jak i zmienną losową przedstawiającą czas rzeczywisty jako sumę niezależnych zmiennych losowych o rozkładach trójkątnych.

W artykule podjęto również próbę modelowania przemieszczania się plamy rozlewu w zależności od parametrów prądów morskich i wiatru. Przedstawiono dwa przypadki: w pierwszym założono brak wiatru i przemieszczanie się plamy rozlewu tylko pod wpływem kołowego prądu powierzchniowego, w drugim zaś założono występowanie wiatru – ruch plamy rozlewu zależy zatem od prądu wiatrowego i prądu powierzchniowego [6, 8].

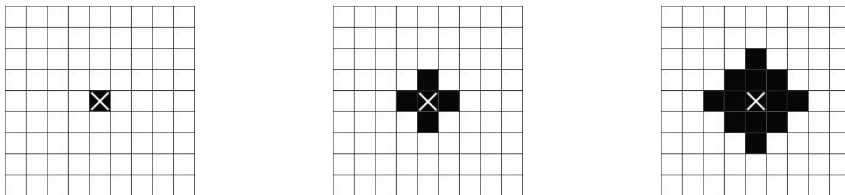
1. MODEL ROZLEWU OLEJOWEGO NA MORZU

Model rozlewu olejowego został zdefiniowany na grafie kratowym [4, 5]. Na rozpatrywany akwen wodny nakłada się kratę, która dzieli go na prostokąty tej samej wielkości. Każdy z prostokątów reprezentuje fragment akwenu. Wielkość i wymiar prostokątów zależą od rodzaju rozlanej substancji, można je dobrać odpowiednio do skali zagrożenia oraz miejsca, w którym doszło do wycieku oleju. Przy dużym wycieku oleju i szybkim rozlewaniu stosuje się kratę o bardzo gęstej strukturze.

W modelu zdefiniowano trzy stany prostokąta: prostokąt może być pusty, zajęty przez olej lub zajęty przez zaporę. Zakłada się, że początkowy stan każdego prostokąta jest pusty. Pusty prostokąt może zmienić swój stan na zajęty przez olej lub zajęty przez zaporę. Prostokąt nie może zmienić swojego stanu, jeśli został zajęty przez olej lub zaporę. Na rysunkach puste prostokąty mają kolor biały, zajęte przez olej – kolor czarny, a zajęte przez zaporę – kolor szary.

W modelu zastosowano czas dyskretny mierzony za pomocą cykli. Zakłada się, że rozlew olejowy pojawia się na akwenu w cyklu zerowym, odpowiedni prostokąt zmienia swój stan z pustego na zajęty przez olej – prostokąt ten nazywa się źródłem rozlewu olejowego. Źródło rozlewu wyznacza środek układu współrzędnych kraty („punkt (0, 0)”). Na rysunkach prostokąt, będący źródłem rozlewu, został dodatkowo oznaczony białym krzyżykiem. W przypadku dużej plamy oleju za źródło rozlewu można przyjąć zbiór prostokątów. W każdym kolejnym cyklu olej rozprzestrzenia się z prostokątów zajętych przez olej na wszystkie puste sąsiednie wierzchołki.

Rysunek 1 przedstawia źródło rozlewu olejowego w cyklu zerowym i jego dalszy rozwój w cyklu pierwszym i drugim.

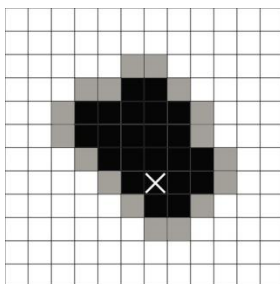


Rys. 1. Rozlew olejowy w cyklu 0, 1, 2

Fig. 1. Oil spill in the 0, 1, 2 cycle

Głównym celem modelu jest przeprowadzenie akcji ratowniczej, polegającej na rozmieszczeniu zapór na prostokątach, w taki sposób, by otoczyć olej i zapobiec jego dalszemu rozprzestrzenianiu. Zapora jest nieprzenikalną barierą dla rozlewu. Zakłada się, że akcja ratownicza rozpoczyna się w cyklu $N + 1$. Od tego momentu każdy cykl to ruch akcji ratowniczej, czyli ustawienie dostępnej liczby zapór na pustych prostokątach, oraz ruch rozlewu, czyli rozwój rozlewu na puste sąsiednie prostokąty. Akcja ratownicza trwa, dopóki rozlew nie zostanie otoczony przez zapory (linią zapór, ciągiem zapór).

Rysunek 2 pokazuje otoczenie rozlewu przy użyciu trzech zapór w każdym cyklu, akcję rozpoczęto w drugim cyklu.



Rys. 2. Otoczenie rozlewu

Fig. 2. Surrounding the spill

Algorytm przeprowadzania akcji ratowniczej został zbudowany na podstawie „problemu strażaka” i gwarantuje otoczenie rozlewu. „Algorytm strażaka” dostarcza podstawowych zasad dotyczących otaczania rozprzestrzeniającego się obiektu i parametrów, takich jak czas akcji otaczania.

Przedstawiony model zawiera model rozlewu olejowego na grafie kratowym, tzw. kracie Kartezjańskiej, gdzie każdy prostokąt ma czterech sąsiadów. Istnieje również model rozlewu na kracie trójkątnej, gdzie sąsiedztwo jednego trójkąta to zbiór sześciu trójkątów lub na kracie mocnej, gdzie do zbioru sąsiadów należy osiem prostokątów. Zastosowanie kraty trójkątnej lub mocnej powoduje zmianę kształtu i wielkości rozlewu oraz długości przeprowadzanej akcji [4].

Podstawowymi elementami modelu czasu akcji ratowniczej są czas rozpoczęcia akcji ratowniczej oraz czas trwania akcji ratowniczej. Czas rozpoczęcia akcji ratowniczej to czas od momentu pojawienia się rozlewu olejowego do momentu rozpoczęcia działań akcji ratowniczej. Czas trwania akcji ratowniczej obejmuje czas otaczania rozlewu zaporami, od momentu rozpoczęcia akcji do momentu jej zakończenia. Oba parametry mają istotne znaczenie z punktu widzenia decydenta i stanowią jedno z kryteriów przy podejmowaniu decyzji, dotyczących przeprowadzania akcji ratowniczej.

Czas rozpoczęcia akcji ratowniczej jest przedstawiony na dwa sposoby. Można rozważać czas rozpoczęcia akcji jako liczbę cykli lub jako czas rzeczywisty.

W modelu czas rozpoczęcia akcji to N niezależnych cykli, które upłyną od pojawienia się wycieku oleju do rozpoczęcia akcji ratowniczej. Nie można określić, jak długi jest jeden cykl. Trzeba założyć, że rozkład prawdopodobieństwa cyklu jest jednostajny o parametrach a i b , gdzie a i b to odpowiednio minimalna i maksymalna długość cyklu. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa jednego/każdego cyklu opisana jest wzorem:

$$f_j(x) = \begin{cases} 0 & x \notin (a, b) \\ \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \end{cases} \quad (1)$$

gdzie j oznacza numer cyklu; $j=1,2,\dots,N$.

Czas rozpoczęcia akcji oznacza się przez $X = \sum_{j=1}^N X_j$, gdzie rozkład zmiennej X_j dany jest wzorem (1). Funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej X opisana jest wzorem [9]:

$$f_X(x) = f^{(n)}(x) = \begin{cases} 0 & x \notin (na, nb) \\ \frac{1}{(n-1)!(b-a)^n} \sum_{i=0}^{\bar{n}(n,x)} (-1)^i \binom{n}{i} [x - na - i(b-a)]^{n-1} & na \leq x \leq nb \end{cases} \quad (2)$$

gdzie: $\bar{n}(n, x) := \left\lceil \frac{x - na}{b - a} \right\rceil$ – największa liczba całkowita mniejsza niż $\frac{x - na}{b - a}$.

Czas rozpoczęcia akcji ratowniczej w rzeczywistych warunkach zależy od wielu czynników. Czynniki te można podzielić na dwie grupy; pierwsza jest związana z informacją o rozlewie, druga dotyczy przygotowania akcji. Czas rozpoczęcia akcji T opisany jest wzorem:

$$T = T_i + T_p,$$

gdzie:

T_i – czas dotarcia informacji o rozlewie – zmienna losowa zależna od następujących parametrów:

- identyfikacja źródła informacji o zdarzeniu,
- weryfikacja otrzymanych informacji,
- określenie rozmiaru i skali zagrożenia;

T_p – czas przygotowania akcji ratowniczej – zmienna losowa zależna od czasu potrzebnego na:

- zebranie sił i środków ratownictwa,
- dotarcie do miejsca wycieku.

Zmienne losowe T_i i T_p modeluje się jako ciągłe zmienne losowe o rozkładach trójkątnych. Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej T_i , jako splot rozkładów typu (1), opisuje wzór:

$$f_i(x) = \begin{cases} 0 & x \notin (a_1, b_1) \\ \frac{2(x-a_1)}{(b_1-a_1)(m_1-a_1)} & a_1 \leq x \leq m_1 \\ \frac{2(b_1-x)}{(b_1-a_1)(b_1-m_1)} & m_1 \leq x \leq b_1 \end{cases} \quad (3)$$

gdzie a_1, m_1, b_1 to odpowiednio dolna, modalna i górna granica.

Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej T_p jest opisana wzorem:

$$f_p(x) = \begin{cases} 0 & x \notin (a_2, b_2) \\ \frac{2(x-a_2)}{(b_2-a_2)(m_2-a_2)} & a_2 \leq x \leq m_2 \\ \frac{2(b_2-x)}{(b_2-a_2)(b_2-m_2)} & m_2 \leq x \leq b_2 \end{cases} \quad (4)$$

gdzie a_2, m_2, b_2 to odpowiednio dolna, modalna i górna granica.

Przy powyższych założeniach zmienna losowa T jest sumą zmiennych losowych T_i i T_p , czyli sumą niezależnych zmiennych losowych o rozkładach trójkątnych, określonych wzorami (3) i (4). Gęstość rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej, będącej sumą dwóch niezależnych zmiennych losowych o rozkładach trójkątnych, dokładniej przedstawiono w [7]. Poniższy wzór prezentuje postać funkcji gęstości w jednym z przypadków:

$$f(x) = k_1 \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2}(a_1 + a_2) - x \left(\frac{m_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} - a_1 m_1 - a_2 m_2 - a_1 a_2 \right) - \frac{m_1^2}{2}(a_1 - a_2) + \frac{m_2^2}{2}(a_1 - a_2) - a_1 a_2 (m_1 + m_2) + \frac{m_1^3}{3} + \frac{m_2^3}{3} \right] \quad (5)$$

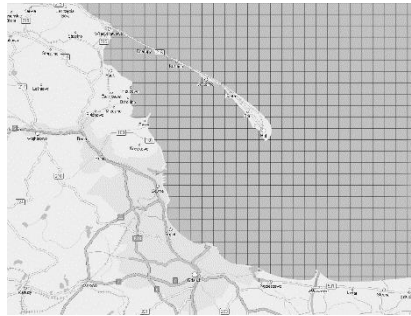
gdzie $k_1 = \frac{4}{(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)(m_1 - a_1)(m_2 - a_2)}$ dla $x \geq m_1 + m_2$.

Czas trwania akcji ratowniczej, polegającej na otoczeniu rozlewu olejowego zaporami, opisany wzorem (5), zależy nie tylko od liczby dostępnych sił i środków, ale również od czasu rozpoczęcia akcji ratowniczej. Szybkie przygotowanie odpowiedniej ilości środków, zebranie informacji i dotarcie do miejsca wycieku pozwoli na przeprowadzenie sprawnej akcji ratowniczej. Szacowanie czasu akcji ratowniczej dla poszczególnych krat z wykorzystaniem parametrów dostępnych w modelu rozlewu olejowego na kracie opisano w [4, 5].

2. DRYFOWANIE PLAMY OLEJU

Przy modelowaniu przemieszczania się plamy rozlewu można wyróżnić dwa przypadki. W pierwszym przypadku zakłada się brak wiatru i przemieszczanie się plamy rozlewu tylko pod wpływem kołowego prądu powierzchniowego [1]. W drugim przypadku zakłada się występowanie wiatru – ruch plamy rozlewu zależy zatem od prądu wiatrowego i prądu powierzchniowego. Przemieszczanie się plamy rozlewu uproszczono do ruchu źródła rozlewu.

W przypadku braku wiatru, gdy przemieszczanie się plamy rozlewu po akwienie zależy jedynie od kołowego prądu powierzchniowego, źródło rozlewu przemieszcza się po dwuwymiarowej kratce całkowitoliczbowej zorientowanej zgodnie ze współrzędnymi geograficznymi (rys. 3). Ruch rozlewu odbywa się zgodnie z regułami dyskretnego błądzenia losowego, czyli źródło rozlewu może się przemieścić w każdym z czterech kierunków z tym samym prawdopodobieństwem.



Rys. 3. Siatka na akwienie

Fig. 3. *The lattice on the sea*

Do opisu dyskretnego błądzenia dwuwymiarowego wprowadza się oznaczenia: $Z^2 = \{(x, y) : x, y \in Z\}$ to dwuwymiarowa kratka całkowitoliczbowa, Z to zbiór liczb całkowitych, A^i , $i = 1, 2, \dots$ to ciąg wierzchołków kraty, takich że $A^i = (x^i, y^i)$ i $A^i \in Z^2$, Prawdopodobieństwo przejścia do następnego wierzchołka określa zmienna losowa X_j , $j = 1, 2, \dots$, gdzie j to numer ruchu rozlewu. Z danego punktu kraty można wykonać ruch do jednego z czterech sąsiednich punktów z prawdopodobieństwem określonym przez rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej X_j . W roku 1921 G. Polya wykazał, że w takim błądzeniu na płaszczyźnie cząstka wróci z prawdopodobieństwem jeden do punktu wyjścia.

Pozycję źródła rozlewu przy zadanym położeniu początkowym A po n krokach, określa zmienna losowa S_n , dana wzorem:

$$S_n = A + X_1 + \dots + X_n \quad (6)$$

W przypadku błądzenia jednorodnego rozkład zmiennej losowej X_j można opisać wzorem za pomocą dwuwymiarowej miary probabilistycznej $(\kappa(x), \kappa(y))$, opisującej przemieszczenie względem każdej z osi.

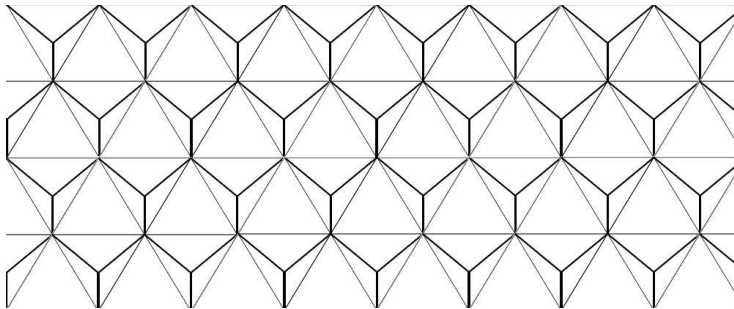
Określając zbiór wierzchołków sąsiednich V dla punktu początkowego $A = (a, b)$ wzorem $V = \{(a-1, b), (a+1, b), (a, b-1), (a, b+1)\}$ oraz funkcję $\kappa : V \rightarrow (0, 1]$, gdzie $\kappa(x) + \kappa(y) \leq 1$, można określić rozkład zmiennej X_j wzorami:

$$\begin{aligned}
 p((a-1, b)) &= p((a+1, b)) = \frac{\kappa(x)}{2} \\
 p((a, b-1)) &= p((a, b+1)) = \frac{\kappa(y)}{2} \\
 p((a, b)) &= 1 - \sum_{(x, y) \in V} p((x, y))
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Spacer losowy S_n , wzory (6) i (7), można analizować jako jednorodny w czasie łańcuch Markowa z przestrzenią stanów Z^2 i prawdopodobieństwami przejść danymi wzorem:

$$P(A, B) := P\{S_{n+1} = B / S_n = A\}, \quad \text{gdzie } B \in Z^2$$

W drugim przypadku należy założyć występowanie wiatru, a zatem generowanego przez niego prądu wiatrowego. W modelu opisującym przemieszczanie się źródła rozlewu wykorzystuje się sieć, która jest złożeniem siatki sześciokątnej i siatki trójkątnej (rys. 4).



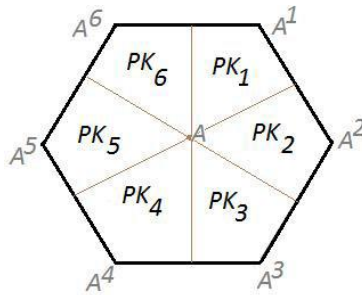
Rys. 4. Fragment siatki modelu

Fig. 4. The fragment of the model lattice

Miara κ^w ma parametry zależne od dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa kierunku wektora wiatru $P(\alpha)$, gdzie α jest kątem, jaki wektor kierunku wiatru tworzy z osią poziomą, mierzony przeciwnie do ruchu wskazówek zegara (wiatr do). Zależność jest opisana w przypadku ciągłego błędzenia wzorami postaci:

$$\kappa^w(x) = \kappa(x)P(\alpha)\cos\alpha, \quad \kappa^w(y) = \kappa(y)P(\alpha)\sin\alpha.$$

W przypadku dyskretnego w czasie błędzenia można wykorzystać sektory kierunków wiatru (rys. 5).

**Rys. 5.** Sektory kierunków**Fig. 5.** Directions sectors

Miara opisująca przejście z punktu A do punktu A^j , gdzie $j=1,2,3,4,5,6$, dana jest wzorem:

$$p(A, A^j) = \int_{PK_j} P(\alpha) d\alpha, \quad \text{gdzie } j=1,2,3,4,5,6$$

Przemieszczanie się po wypadkowej siatce powstałej po złożeniu siatki sześciokątnej z siatką trójkątną odbywa się zgodnie z następującymi regułami: jeśli z wierzchołka siatki sześciokątnej, ale nie trójkątnej (A^j), można pójść w każdą z trzech stron z tym samym prawdopodobieństwem (działanie prądu), natomiast z wierzchołka siatki sześciokątnej i trójkątnej jednocześnie (środki sześciokątów) należy się przemieszczać zgodnie z rozkładem sektorów (działanie wiatru).

PODSUMOWANIE

Zaprezentowany stochastyczny model dryfu rozlewu olejowego na morzu został stworzony, by stać się podstawą modelu decyzyjnego rozmieszczenia środków ratownictwa ekologicznego w przypadku nagłych sytuacji zagrożenia środowiska, w których doszło do dużego wycieku oleju. Wspomniany model decyzyjny będzie narzędziem wspomagającym zarządzanie procesami decyzyjnymi na poziomie strategicznym, a adresatem tego modelu będzie decydent, którego celem jest rozmieszczenie sił i środków ratownictwa w taki sposób, by zminimalizować skutki rozlewu.

Model rozlewu olejowego – otaczania rozlewu – pozwala na analizę i ocenę rozmieszczenia środków, czyli wpływu ilości środków użytych do otoczenia rozlewu na wielkość plamy rozlewu oraz czas akcji otaczania rozlewu. Model czasu akcji ratowniczej pozwala na analizę warunków wpływających na czas przygotowania akcji i badanie ich wpływu na długość akcji ratownictwa ekologicznego. Model dryfu plamy rozlewu pozwala analizować przemieszczanie się plamy, uwzględniając warunki panujące na akwenie. Opisywane parametry pozwolą stworzyć bazę kryteriów, mających kluczowe znaczenie w procesie podejmowania decyzji.

LITERATURA

1. Burciu Z., *The influence of wind speed on surface water currents and its reference to search and rescue actions at sea*, Archives of Transport, Vol. 14, No. 2, Warsaw 2002.
2. Choi Y.J., Abe A., Takahashi K., *Development of oil-spill simulation system based on the global ocean-atmosphere model*, Proceedings of the 6th International Symposium on Gas Transfer at Water Surfaces, Kyoto, 2010, s. 559–570.
3. Lavler G., Limic V., *Random Walk: A Modern Introduction*, Cambridge University Press, 2010.
4. Mazurek J., Smolarek L., *Estimation of surrounding the spillage time*, Journal of Polish Safety and Reliability Association, 2012, 3(2), s. 245–250.
5. Mazurek J., Smolarek L., *Influence of the action starting time on the total time*, Proceedings of the XIV International Scientific and Technical Conference on Marine Traffic Engineering, Szczecin 2011, s. 311–318.
6. Morita I., Sugioka S., Kojima T., *Real-time forecasting model of oil spill spreading*, International Oil Spill Conference Proceedings, 1997, No.1, s. 559–566.
7. Mridula G., Choudhary S., Kalla S.L., *On the sum of two triangular random variables*, International Journal of Optimization: Theory, Methods and Applications, 2009, s. 279–290.
8. Reed M., Johansen Ø., Brandvik P.J., Daling P., Lewis A. et. al., *Oil spill modeling toward the close of the 20th century: overview of the state of the art*, Spill Science and Technology Bulletin, 1999, 5(1), s. 3–16.
9. Renyi A., *Probability Theory*, North-Holland, Amsterdam 1970.

THE STOCHASTIC MODEL OF THE OIL SPILL DRIFT

Summary

In the article the stochastic model of the oil spill drift is presented. The oil spill model is a model of oil spill control on the sea; it includes an algorithm of rescue action performance consisting in surrounding the spill, and an analysis of the rescue action time. In order to take into account the influence of sea currents and winds parameters on the spill slick movement, a concept of the model of oil spill slick movement has been developed.

Keywords: oil spill, drift.