

MODELOWANIE CHARAKTERYSTYK MOMENTU OBROTOWEGO I POCHODNYCH CHARAKTERYSTYK UKŁADU NAPĘDOWEGO ZE ŚRUBĄ O STAŁYM SKOKU

W artykule scharakteryzowano problem wyznaczenia charakterystyk napędowych układu napędowego statku ze śrubą o stałym skoku, rozpatrując w pierwszej kolejności charakterystykę momentu. Modelowanie charakterystyki momentu oparto na opublikowanych modelach aproksymacyjnych z badań śrub swobodnych. Do weryfikacji modeli wykorzystano dostępne w literaturze przedmiotu wyniki badań układu napędowego statku m/s „Garnuszewski”. Wyloniono pięć porównywalnych statystycznie modeli charakterystyk momentu obrotowego, z których trzy modele dają zbieżne charakterystyki momentu obrotowego na uwięzi, wyznaczone drogą ekstrapolacji. Pokazano, że pozostałe charakterystyki: charakterystyka mocy oraz charakterystyka jednostkowego zużycia energii na milę morską powinny być wyznaczone ze wzorów definicyjnych po wyznaczeniu charakterystyki momentu. Zwrócono uwagę na potrzebę każdorazowego wykonywania analizy statystycznej wyników badań.

Słowa kluczowe: modelowanie charakterystyki momentu obrotowego dla statku ze śrubą o stałym skoku, wyznaczanie charakterystyk napędowych.

WSTĘP

W poprzednim artykule pt. „Modelowanie i wyznaczanie charakterystyk mocy układu napędowego statku wypornościowego ze śrubą o stałym skoku” wykonano obróbkę wyników badań zbioru pomiarowego, w którym jako wynik badań podano wartości mocy [3]. W celu wyłonienia modeli mocy kierowano się założeniami metod Siłukowa i Silovic-Fancewa, dokonując ich pewnego poszerzenia i uogólnienia [3]. W wyniku dokonanych założeń i przeprowadzonej analizy z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów wyłoniono trzy modele charakterystyki mocy (patrz wspomniany wyżej artykuł).

Należy zauważyć, że pierwotną wielkością nie jest moc, lecz moment obrotowy, który jest wielkością mierzoną, podczas gdy moc jest wielkością wyliczaną z podstawowego wzoru, łączącego moc z momentem i prędkością obrotową w postaci:

$$N_i = \frac{2\pi}{60} \cdot M_i \cdot n_i [kW] = c_\omega \cdot M_i \cdot n_i [kW], \quad (1)$$

gdzie:

- N_i [kW] – moc na stożku śruby,
 M_i [kN · m] – moment obrotowy,
 n_i [obr/min] – prędkość obrotowa śruby.

Wartości momentu obrotowego M_i odtworzono (tab. 1), korzystając z odpowiedniego przekształcenia wzoru (1).

Tabela 1. Dane z badań charakterystyk napędowych statku m/s „Garnuszewski” [3]:
 n – prędkość obrotowa śruby, v – prędkość statku, N – moc na wale,
 M – moment na wale

Table 1. Data from propulsion characteristic study of ship MS „Garnuszewski” [3]:
 n – propeller revolution speed, v – ship speed, N – shaft power, M – shaft torque

Numer serii	Numer pomiaru i	n_i [obr/min]	v_i [w]	N_i [kW]	M_i [kN·m]
1	1	75	9,5	542	69,0
	2	95	12	1144	115,0
	3	115	14	2124	176,4
	4	125	14	2911	222,4
	5	135	16	3946	279,1
2	6	48	3,5	270	53,7
	7	72	6	694	92,0
	8	95,6	9,2	1535	153,3
	9	116	12	2701	222,4
	10	128	12	3700	276,0
3	11	128	12	3844	286,8
	12	49	6,5	158	30,8
	13	72	9,1	462	61,3
	14	93,1	11,5	972	99,7
	15	115,4	14	2131	176,3
	16	125,9	15	2628	199,3
	17	137,2	16	3570	248,5
Wyniki badań zaczerpnięto z (3). Wartości momentu odtworzono.					

1. SFORMUŁOWANIE MODELU CHARAKTERYSTYKI MOMENTU OBROTOWEGO

W celu wstępnego określenia postaci modelu charakterystyki napędowej momentu wykorzystano opublikowane dane z badań śrub swobodnych [1].

Zmieniając niektóre symbole i sposób zapisu, wzór na współczynnik momentu K_M [1], można zapisać następująco:

$$K_M = \sum_{i=1}^{i=47} c_{Mi} \cdot J^{s_i} \cdot (H/D)^{t_i} \cdot (S_0/S)^{u_i} \cdot z^{v_i}, \quad (2)$$

gdzie:

- c_{Mi} – stała (współczynnik),
- J – współczynnik posuwu,
- H/D – współczynnik skoku,
- S_0/S – współczynnik powierzchni skrzydeł,
- z – liczba skrzydeł,
- s_i, t_i, u_i, v_i – wykładniki.

Dla wybranej śruby o stałym skoku parametry: $\frac{H}{D}, \frac{S_0}{S}, z$, mają określone wartości. W takim przypadku model (2) sprowadza się do postaci:

$$K_M = a_1 + a_2 \cdot J + a_3 \cdot J^2 + a_4 \cdot J^3, \quad (3)$$

gdzie $a_1 \div a_4$ – współczynniki (stałe).

Wyrażenie dla współczynnika posuwu można zapisać następująco:

$$J = a_J \cdot \frac{v}{n}, \quad (4)$$

gdzie:

- a_J – współczynnik (stała),
- v – prędkość postępową śruby.

Przekształcając wzór definicyjny współczynnika momentu K_M , wyrażenie dla momentu obrotowego M można zapisać następująco:

$$M = a_M \cdot K_M \cdot n^2, \quad (5)$$

gdzie:

- a_M – współczynnik (stała),
- n – prędkość obrotowa śruby.

Podstawiając wyrażenia (3) i (4) do wyrażenia (5), po uporządkowaniu wzoru i wprowadzeniu nowych oznaczeń współczynników (stałych) otrzymuje się model dla momentu obrotowego na stożku śruby w postaci:

$$M = b_1 \cdot n^2 + b_2 \cdot n \cdot v + b_3 \cdot v^2 + b_4 \cdot n^{-1} \cdot v^3, \quad (6)$$

gdzie $b_1 \div b_4$ – współczynniki wyznaczone z aproksymacji wyników badań układu napędowego.

W modelu (6) nie występuje składowa stała. Rozszerzenie modelu o składową stałą może być uzasadnione, ponieważ pomiary momentu odbywają się na wale śrubowym, a nie na stożku śruby. Uzupełniając model (6) o składową stałą b_5 , model momentu obrotowego przyjmie postać:

$$M = b_1 \cdot n^2 + b_2 \cdot n \cdot v + b_3 \cdot v^2 + b_4 \cdot n^{-1} \cdot v^3 + b_5 \quad (7)$$

Model (7) można przedstawić w postaci sumy k członów:

$$M_K = \sum_{k=1}^K b_k \cdot n^{m_k} \cdot v^{r_k} = \sum_{k=1}^K b_k \cdot f_k \quad (8)$$

Uogólniając model (8), wartości wykładników m_k i r_k rozszerzono na zbiór liczb rzeczywistych ze szczególnym uwzględnieniem kombinacji wykładników wynikających z modelu aproksymacyjnego z badań śrub swobodnych [1]. Wykorzystanie badań śrub swobodnych uważa się za podstawę w sporządzaniu charakterystyk napędowych [2].

2. WYZNACZENIE CHARAKTERYSTYK MOMENTU METODĄ NAJMNIEJSZYCH KWADRATÓW

W celu wyłonienia charakterystyk przyjęto zasadę krokowego doboru członów f_k równania aproksymującego, kierując się największym wkładem w zmniejszenie sumy kwadratów odchyleń S w kolejnym kroku aproksymacji (tab. 2).

Tabela 2. Wyniki wyłaniania modeli charakterystyk momentu w aspekcie najmniejszych kwadratów na podstawie danych zawartych w tabeli 1

Table 2. The results of selecting of models of torque characteristics in terms of least squares based on data contained in Table 1

Krok 1 – wybór funkcji f_1										
$m; r$	0; 0	1; 0	2; 0	0; 1	1; 1	2; 1	0; 2	1; 2	2; 2	-1; 3
S	1,22 E5	2,99 E4	9,28 E3	5,22 E4	2,85 E4	3,30 E4	5,50 E4	5,61 E4	6,97 E4	8,44 E4
Krok 2 – wybór funkcji f_2										
S	9,26 E3	3,64 E5	---	6,60 E3	1,97 E3	7,37 E3	1,80 E3	4,99 E3	7,40 E3	1,83 E3
Krok 3 – wybór funkcji f_3										
S	1,78 E3	1,77 E3	---	1,77 E3	---	1,75 E3	1,80 E3	1,78 E3	1,77 E3	1,79 E3

Członem wyłoniłym w pierwszym kroku jest funkcja $f_1 = a_1 n^2$, dla której uzyskano najmniejszą wartość S w kroku pierwszym aproksymacji (tab. 1). Funkcję tę przyjęto jako bazę dla aproksymacji w kroku drugim.

W drugim kroku wyłoniono trzy równorzędne ze statystycznego punktu widzenia funkcje: $f_{21} = f_1 + a_2 n v$; $f_{22} = f_1 + a_2 v^2$; $f_{23} = f_1 + a_2 n^{-1} v^3$. Wartości współczynników a_1 i a_2 na ogół są różne dla poszczególnych modeli. Zapisy modeli mają charakter ogólny.

W kroku trzecim aproksymacji jako bazę przyjęto funkcję f_{21} . Wartości S dla kroku trzeciego aproksymacji (tab. 2) nie są znacząco mniejsze od wartości S dla

aproxymacji w kroku drugim funkcją f_{11} . Analogiczne wyniki uzyskano dla pozostałych dwóch baz f_{22} i f_{23} . Nie znaleziono także podstaw do włączenia do modelu funkcji stałej. Wyliczone odchylenia standardowe mają w niektórych przypadkach większe wartości niż uzyskane w kroku 2, czego przyczyną jest wpływ malejących stopni swobody.

W wyniku wykonanej analizy wyłoniono trzy modele momentu obrotowego aproxymujące dane pomiarowe. Są to modele:

$$M_1 = a_1 n^2 + a_2 n v, \quad (9)$$

$$M_2 = a_1 n^2 + a_2 v^2, \quad (10)$$

$$M_3 = a_1 n^2 + a_2 n^{-1} v^3. \quad (11)$$

Dwa dalsze modele wyłoniono, uogólniając model (9) na wykładniki rzeczywiste.

Model czwarty ma postać:

$$M_4 = a_1 n^{m_1} + a_2 n^{m_2} v. \quad (12)$$

W przypadku aproxymacji modelem potęgowym (12) otrzymano: $m_1 = 1,83$; $m_2 = 0,65$; $S = 1,77E3$. Wartość S jest bliska wartościom uzyskanym dla wyżej wyłonionych modeli wielomianowych. Sprawdzono także, że optymalną wartością wykładnika dla v jest 1.

Model piąty ma postać:

$$M_5 = a_1 n^{m_1} + a_2 n v. \quad (13)$$

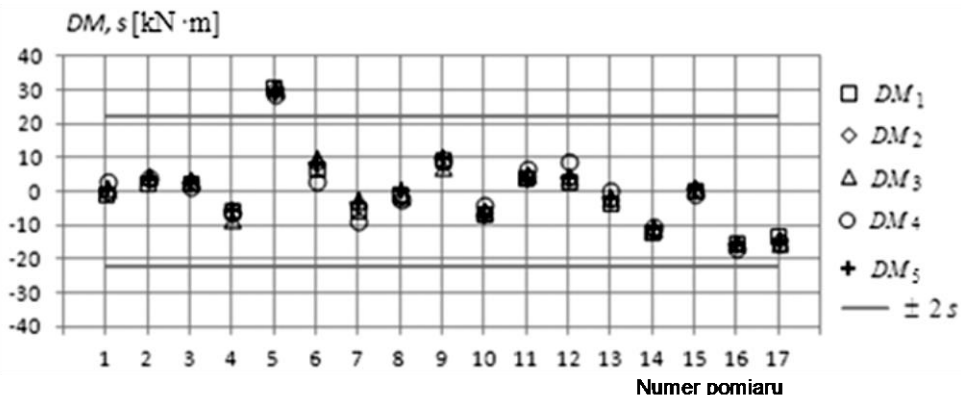
W przypadku modelu (13) wyznaczono wartości $m_1 = 2,02$ i $S = 1,76E3$. Model ten jest zbliżony do modelu (9).

W celu wyznaczenia wykładników zastosowano metodę nieliniowego wyznaczania wykładników, kierując się sumą kwadratów odchyień od modelu.

Ma miejsce wysoka zbieżność wyników aproxymacji poszczególnymi modelami, co ilustruje porównanie odchyień wyników pomiarów od wartości wyznaczonych z modeli (rys. 1).

Współczynniki korelacji pomiędzy zbiorami wartości i odchyień z aproxymacji dla poszczególnych modeli są bliskie jedności.

Należy zauważyć, że odchylenia w punkcie nr 5 (rys. 1) są znacząco większe od odchyień w pozostałych punktach i przekraczają wartość dwóch odchyień standardowych dla modelu (9). Po wykluczeniu tego punktu ze zbioru danych wejściowych do aproxymacji odchylenia dla punktu 5 wzrosły do wartości ponad trzech odchyień standardowych, natomiast odchylenia standardowe zmalały znacznie, np. w przypadku modelu M_1 o 38,5% i porównywalnie w przypadku pozostałych modeli.



Rys. 1. Porównanie odchyłeń wartości momentu DM w punktach pomiarowych od wartości wyznaczonych z aproksymacji modelami (9)÷(13):
 s – odchylenie standardowe dla modelu (9)

Fig. 1. Comparison of the torque variation DM at the measuring points of the set of approximation models (9)÷(13): s – standard deviation for the model (9)

Okazuje się, że wartości współczynników korelacji na punktach pomiarowych pomiędzy wyłonionymi modelami są praktycznie równe jedności (tab. 3).

Tabela 3. Wartości współczynników korelacji pomiędzy wartościami momentu obrotowego M wyznaczonymi dla poszczególnych modeli aproksymacji

Table 3. The values of correlation coefficients between sets of values of M calculated from approximation models

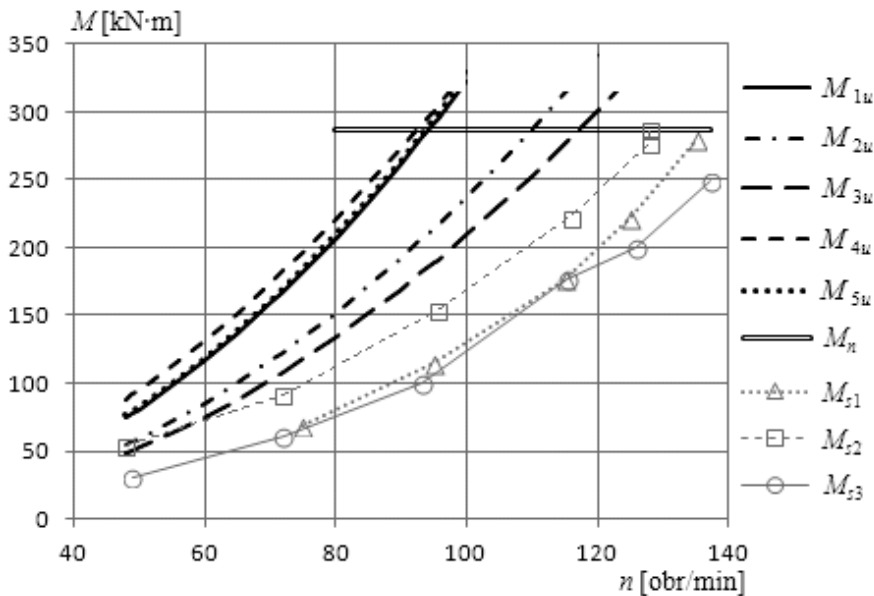
$i \setminus j$	$K(M_i; M_j)$			
	M_2	M_3	M_4	M_5
M_1	0,99996	0,99984	0,99973	0,99995
M_2		0,99996	0,99966	0,99988
M_3			0,99953	0,99972
M_4				0,99975

Wynika stąd (tab. 3), że w obszarze eksperymentu każdy z wyłonionych modeli można z pomijalnie małym błędem przekształcić liniowo w każdy z pozostałych.

Pewne rozstrzygnięcie można uzyskać, analizując przebiegi momentu na uwięzi. Wyrażenia dla wyznaczenia krzywych momentu na uwięzi można uzyskać drogą ekstrapolacji:

$$M_{iu} = M_i(v = 0). \quad (14)$$

Modele M_2 i M_3 dają zbyt małe wartości momentu na uwięzi (rys. 2), stanowiąc podstawę do ich odrzucenia.



Rys. 2. Przebiegi momentu obrotowego na uwięzi $M_{1u} \div M_{5u}$ uzyskane drogą ekstrapolacji; M_n – moment nominalny, $M_{s1} \div M_{s3}$ – wartości momentu z badań dla poszczególnych serii badań (punkty połączone łamanymi w celu wyróżnienia serii)

Fig. 2. Curves of tethered shaft torque $M_{1u} \div M_{5u}$ obtained by extrapolation; M_n – nominal torque, $M_{s1} \div M_{s3}$ – torque measured for indicated trial series s1, s2 and s3 (points were combined with polyline to highlight series)

Porównanie charakterystyk momentu obrotowego na uwięzi (rys. 2) zwraca uwagę na zbieżność wyników M_{1u} i M_{5u} a także M_{4u} . Obliczeniowo najprostszy i najczęściej stosowany jest model M_1 (9).

2. WYZNACZANIE CHARAKTERYSTYK MOCY I ENERGII JEDNOSTKOWEJ

W poprzednim wspomnianym już artykule wykonano obliczenia sprawdzające, kierując się metodyką opartą na wykorzystaniu wartości mocy wyznaczonych dla poszczególnych punktów eksperymentu na podstawie zmierzonych wartości momentu obrotowego i prędkości obrotowej [3].

Postępowanie takie nie jest poprawne lub zbędne, co można wykazać na prostym przykładzie.

Zakłada się, że postulowany model aproksymacyjny krzywej momentu ma postać $M_a = an^2$. Stosując metodę najmniejszych kwadratów, otrzymuje się wyrażenie dla wyznaczenia współczynnika a w postaci:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^m M_i n_i^2}{\sum_{i=1}^m n_i^4}. \quad (15)$$

Wykorzystując wzór (1), wartości mocy w punktach badań wyznacza się ze wzoru:

$$N_{ai} = c_{\omega} M_{ai} n_i = c_{\omega} a n_i^3. \quad (16)$$

Jeżeli jednak dla poszczególnych punktów pomiarowych (tab. 1) wyliczy się wprost wartości N_i ze wzoru (1) i aproksymuje je modelem w postaci $N_b = b n^3$, to wzór na współczynnik b , uzyskany metodą najmniejszych kwadratów, po uwzględnieniu zależności (1) ma postać:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^m N_i n_i^3}{\sum_{i=1}^m n_i^6} = c_{\omega} \frac{\sum_{i=1}^m M_i n_i^4}{\sum_{i=1}^m n_i^6} = c_{\omega} d. \quad (17)$$

Wzór na wyliczenie mocy z aproksymacji ma postać:

$$N_{bi} = b n_i^3 = c_{\omega} d n_i^3. \quad (18)$$

Jak widać z porównania wzorów (16)÷(18), wzory na współczynniki a i d nie są tożsame. Dla pewnych uwarunkowań statystycznych uzyskiwane wartości mogą być w przybliżeniu jednakowe, lecz metoda wyznaczania charakterystyki mocy nie będzie poprawna.

W rozpatrywanym przypadku, jeżeli wprost aproksymować moment obrotowy modelem M_1 i następnie wyliczyć wartości mocy na podstawie wartości momentu z aproksymacji, to suma kwadratów odchyłeń wyniesie $S = 7,34E4$.

Jeżeli wprost wyliczyć wartości mocy dla punktów eksperymentu i dokonać aproksymacji, to suma kwadratów odchyłeń wyniesie $S = 8,22E4$. W przypadku modelu (13) różnice wariancji są mniejsze, lecz w sytuacji wykorzystania wartości momentu z aproksymacji wariancja jest także mniejsza.

Analogiczna sytuacja ma miejsce w przypadku wyznaczania charakterystyk energii jednostkowej na przebycie mili morskiej, co łatwo sprawdzić, wykonując odpowiednie obliczenia. Dla danego modelu wartości wariancji są jednakowe dla obydwóch sposobów aproksymacji.

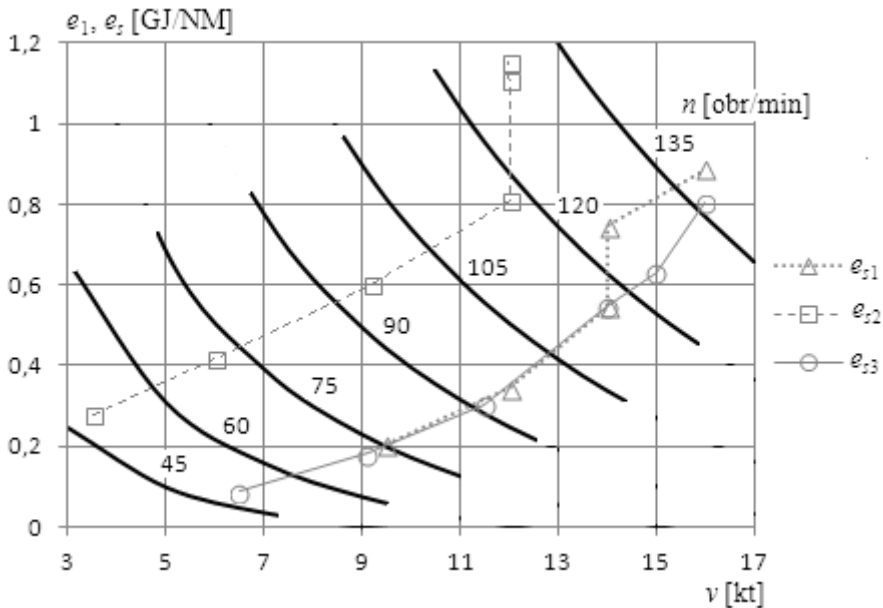
Charakterystykę jednostkowej energii napędowej można zapisać następująco:

$$e = 3,6 \cdot 10^{-3} N v^{-1} = 0,12 \pi 10^{-3} M n v^{-1} [GJ/NM], \quad (19)$$

gdzie:

- N [kW] – moc napędu (w miejscu pomiaru momentu),
- M [kN·m] – moment obrotowy z aproksymacji,
- n [obr/min] – prędkość obrotowa śruby,
- v [kt] – prędkość statku.

Obserwując przebiegi wartości $e_{s1} \div e_{s3}$ (rys. 3), można dostrzec, że w zakresie prędkości statku $v < 15$ kt zostały wykonane w porównywalnych warunkach zewnętrznych, co jest równie dobrze widoczne na przebiegach momentu obrotowego (rys. 2).



Rys. 3. Charakterystyki jednostkowej energii napędowej statku e_1 wyznaczone na podstawie modelu M_1 ; $e_{s1} \div e_{s3}$ – wartości energii jednostkowej obliczone bezpośrednio dla punktów pomiarowych poszczególnych serii (punkty połączone łamanymi dla wyróżnienia serii)

Fig. 3. The characteristics of specific vessel propulsion energy unit e_1 designated on the basis of the model M_1 ; $e_{s1} \div e_{s3}$ – specific energy values calculated directly for each series of measurement points (points were combined with polyline to highlight series)

PODSUMOWANIE

W wyniku przeprowadzonej analizy danych, kierując się metodami statystycznymi, wyłoniono pięć modeli momentu obrotowego (9)÷(13), równorzędnych ze statystycznego punktu widzenia.

Pokazano, że punkt pomiarowy nr 5 odchyła się istotnie od pozostałych. Został on wykluczony ze zbioru danych przyjętych do wyznaczania parametrów modeli metodą najmniejszych kwadratów. Po wykluczeniu punktu 5 z aproksymacji odchylenie standardowe dla modelu (9) zmalało znacznie z wartości $s = 11,7$ [kN·m] do wartości $s = 6,7$ [kN·m].

Stosując ekstrapolację, wyznaczono charakterystyki momentu na uwięzi $M_{1u} \div M_{5u}$ (rys. 2), których przebiegi dały podstawę do odrzucenia modeli M_2 i M_3 jako dających zbyt małe wartości momentu na uwięzi.

Modele M_1, M_5 i M_4 w sensie statystycznym są równoważne oraz występuje podobieństwo fizyczne. Dają one zbliżone wartości dla momentu na uwięzi.

Pokazano, że celowe jest wyznaczenie w pierwszej kolejności charakterystyki momentu obrotowego, a nie mocy. Charakterystykę mocy należy wyznaczać ze wzoru definicyjnego (1). Analogicznie postąpiono, wyznaczając charakterystykę energii jednostkowej.

Do uzyskania poprawnych wyników konieczne jest każdorazowe wykonanie statystycznej analizy wyników badań. Dokonując tego, wyłączono punkt 5 z wyznaczania parametrów charakterystyk.

LITERATURA

1. Bernitsas M.M., Ray D., Kinley P., *K_T, K_Q and Efficiency Curves for the Wageningen B-Series Propellers*, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, The University of Michigan, No. 237, May 1981.
2. Charchalis A., *Warunki przeprowadzania pomiarów napędowych i diagnostycznych w czasie prób morskich*, Journal of KONES Powertrain and Transport, Vol. 13, No. 4.
3. Giernalczyk M., Górski Z., *Siłownie okrętowe, cz. I, Podstawy napędu i energetyki okrętowej*, Wydawnictwo Akademii Morskiej w Gdyni, Gdynia 2011.

MODELLING OF SHAFT TORQUE AND DERIVATIVES CHARACTERISTIC OF THE PROPULSION SYSTEM WITH FIXED PITCH PROPELLER

Summary

The paper characterized the problem of finding propulsion characteristics of the propulsion system with a fixed pitch propeller, considering first the torque characteristics. Torque characteristics modelling based on published research approximation models of the open-water propeller.

Test results of propulsion system of ship MS "Garnuszewski" were used for models verification. In total, five statistically comparable models of torque characteristics were developed, of which three models produce consistent results of tethered torque characteristics, obtained by extrapolation.

It has been shown that the other characteristics: power characteristics, characteristics of specific energy consumption per nautical mile should be determined with definitional formulas after determining torque characteristics. Drew attention to the need for statistical analysis research results.

Keywords: *ship torque characteristics modelling, propulsion characteristics determination for ship with fixed pitch propeller.*