Mirosław Tomera
Akademia Morska w Gdyni

MODEL MATEMATYCZNY STATKU CYBERSHIP II

W literaturze trudno jest znaleźć dobre nieliniowe modele matematyczne dynamiki statku zawierające wartości numeryczne, które można byłoby wykorzystać zarówno do sterowania manewrowego, jak i po zadanych trajektoriach. W niniejszej pracy przedstawiono kompletny model matematyczny dynamiki statku o nazwie CyberShip II. Statek ten jest wykonanym w skali modelem fizycznym statku zaopatrzeniowego dla platform wiertniczych. CyberShip II jest jednostką testową, rozwijaną w Katedrze Cybernetyki Inżynieryjnej na Norweskim Uniwersytecie Nauki i Technologii w Trondheim w Norwegii.

1. WPROWADZENIE

Ruch poruszającego się statku odwzorowany jest przez zbiór sześciu skomplikowanych równań różniczkowych opisujących sześć stopni swobody. Modele używane w projektowaniu sterowania zmieniają się w zależności od celów sterowania. Te cele sterowania, w sposób najbardziej ogólny dzielone są na pozycjonowanie przy małych prędkościach i sterowanie przy dużych prędkościach. Pierwsze nazywane jest dynamicznym pozycjonowaniem (DP) i obejmuje utrzymywanie stałej pozycji i manewrowanie przy małych prędkościach. Dla układów DP model o sześciu stopniach swobody redukowany jest do prostszego modelu o trzech stopniach swobody, który jest liniowy w części kinetycznej. Sterowanie przy wyższych prędkościach obejmuje automatyczne sterowanie na kursie i po zadanej trajektorii. W tych zastosowaniach siły dośrodkowe i Coriolisa wraz z nieliniowym efektem lepkościowym mają dominujące znaczenie i dlatego też model kinetyczny jest nieliniowy. Dla statków poruszających się ze stałymi prędkościami rozważa się tylko pierwszą aproksymację tłumienia lepkościowego i dlatego też w tym wypadku mogą być stosowane liniowe aproksymacje dynamik statku [4]. Historyczny przegląd rozwoju modeli matematycznych statków można znaleźć w pracy Clarka [1].

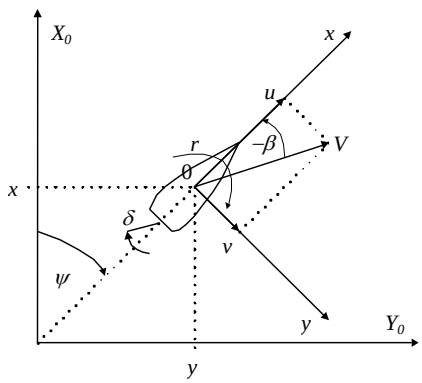
Obecnie można zaobserwować duże zainteresowanie modelami matematycznymi statków, szczególnie tworzonych w dziedzinie czasu, gdyż są one wykorzystywane w projektowaniu układów sterowania oraz w symulacjach komputerowych. Modele takie można znaleźć w pracach [3, 5, 6, 7, 11, 12].

W niniejszym artykule opisano model matematyczny dynamiki statku o nazwie CyberShip II, będący wykonanym w skali modelem fizycznym statku zaopatrują-

cego platformy wiertnicze [8, 10, 13]. Model matematyczny statku CyberShip II rozwijany jest w Katedrze Cybernetyki Inżynieryjnej na Norweskim Uniwersytecie Nauki i Technologii w Trondheim w Norwegii. Model fizyczny tego statku pływa w Laboratorium Cybernetyki Morskiej (http://www.itk.ntnu.no/marinkyb/MCLab).

2. MODEL MANEWROWY O TRZECH STOPNIACH SWOBODY

Ruch statku opisywany jest przy użyciu nieliniowych równań różniczkowych w sześciu stopniach swobody. Występują tutaj trzy współrzędne (x, y, z), określane w przestrzeni trójwymiarowej jako wzdłużna (x), poprzeczna (y) i wznosząca (z), oraz zmienne (ϕ, θ, ψ), nazywane kątem nachylenia statku na lewą lub prawą burtę (ϕ), kątem zanurzenia lub wynurzenia dziobu statku (θ) i kątem ustawienia dziobu statku względem kierunku północnego (ψ). Zakładając, że statek jest wzdłużnie i poprzecznie stabilny i występują tutaj małe amplitudy, można pominąć dynamiki i ruchy kołyszące statek na burty (*roll*) i zanurzające lub wynurzające dziób (*pitch*) $\phi = \theta = \phi = \theta = 0$. Poza tym dla statku pływającego po powierzchniach wód można pominąć jeszcze dynamiki i ruch wznoszący (*heave*). Uzyskany model opisujący ruch statku w płaszczyźnie horyzontalnej staje się modelem o trzech stopniach swobody. Ruch statku opisywany jest w układzie współrzędnych nieruchomych związanych z ziemskim układem odniesienia nazywanym NED (*North-East-Down*) oraz innym układem współrzędnych związanym z poruszającym się statkiem (rys. 1). Zmienne stanu opisujące ruch statku zebrane są w dwóch wektorach: $\boldsymbol{\eta} = [x, y, \psi]$ oraz $\boldsymbol{\nu} = [u, v, r]$, gdzie x, y są współrzędnymi położenia, ψ – kursem statku, u, v – prędkościami liniowymi (wzdłużną i poprzeczną), r – prędkością kątową statku [3].



Rys. 1. Układy współrzędnych w trzech stopniach swobody

Wektor prędkości wyznaczany względem układu współrzędnych nieruchomych odnoszony jest do prędkości powiązanych z ruchomym układem współrzędnych poprzez następującą zależność kinematyczną:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{R}(\psi)\boldsymbol{v}\,, \tag{1}$$

przy czym $\boldsymbol{R}(\psi)$ jest macierzą rotacji wyznaczaną ze wzoru:

$$\boldsymbol{R}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2}$$

3. CYBERSHIP II

Model fizyczny o nazwie CyberShip II jest repliką statku zaopatrzeniowego, wykonaną w skali 1:70. Jego masa m wynosi 23,8 kg, całkowita długość L_{OA} = 1,255 [m], natomiast szerokość B = 0,29 [m]. Model ten wyposażono w trzy urządzenia napędowe. Na dziobie znajduje się mały dwułopatkowy ster strumieniowy sterowany prędkością obrotową, wytwarzający siłę poprzeczną, natomiast na rufie znajdują się dwa napędy sterowane prędkością obrotową ze sterami płetwowymi. W postaci ogólnej model matematyczny tego statku opisywany jest wzorem [3, 4]:

$$\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v} + \boldsymbol{D}(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\tau}\ . \tag{3}$$

Macierz $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}_{RB} + \boldsymbol{M}_A$ zawiera parametry bezwładności bryły sztywnej $\boldsymbol{M}_{RB}$ oraz współczynniki masy dodanej $\boldsymbol{M}_A$. Współczynniki macierzy $\boldsymbol{M}_{RB}$ znajdowane są z bezpośrednich pomiarów i głównych danych statku takich jak: jego wymiary, waga, rozkład masy, objętość itd.

$$\boldsymbol{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & mx_G \\ 0 & mx_G & I_z \end{bmatrix} \tag{4}$$

Współczynniki macierzy $\boldsymbol{M}_A$ związane są z efektem powierzchniowym wody i wyznaczane są z reguł semiempirycznych [2].

$$\boldsymbol{M}_A = \begin{bmatrix} -X_u & 0 & 0 \\ 0 & -Y_v & -Y_r \\ 0 & -N_v & -N_r \end{bmatrix} \tag{5}$$

Macierz $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{v})=\boldsymbol{C}_{RB}(\boldsymbol{v})+\boldsymbol{C}_A(\boldsymbol{v})$ obejmuje siły Coriolisa i dośrodkowe $\boldsymbol{C}_{RB}(\boldsymbol{v})$ działające na statek rozpatrywany jako bryła sztywna oraz hydrodynamiczne siły Coriolisa i dośrodkowe $\boldsymbol{C}_A(\boldsymbol{v})$ związane z cieczą, w której porusza się płynący statek. Macierz $\boldsymbol{C}_{RB}(\boldsymbol{v})$ zapisuje się jako [4]:

$$\boldsymbol{C}_{RB}(\boldsymbol{v})=\begin{bmatrix} 0 & 0 & m(x_G r+v) \\ 0 & 0 & mu \\ m(x_G r+v) & -mu & 0 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

natomiast macierz $\boldsymbol{C}_A(\boldsymbol{v})$ wyznaczana jest ze wzoru [4]:

$$\boldsymbol{C}_A(\boldsymbol{v})=\begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13}(\boldsymbol{v}) \\ 0 & 0 & -c_{23}(\boldsymbol{v}) \\ -c_{13}(\boldsymbol{v}) & -c_{23}(\boldsymbol{v}) & 0 \end{bmatrix}, \tag{7}$$

przy czym $c_{13}(\boldsymbol{v})=Y_v v_r+\frac{1}{2}(N_v+Y_r)\cdot r$ oraz $c_{23}(\boldsymbol{v})=X_u u_r$.

Macierz tłumienia $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{v})=\boldsymbol{D}_L+\boldsymbol{D}_{NL}(\boldsymbol{v})$ związana jest z hydrodynamicznymi siłami tłumiącymi. Macierz ta składa się z części liniowej $\boldsymbol{D}_L$, wyznaczanej dla pewnej małej stałej prędkości wzdłużnej $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0\approx[u_0,0,0]^{\mathrm{T}}$ [4]:

$$\boldsymbol{D}_L=\begin{bmatrix} -X_u & 0 & 0 \\ 0 & -Y_v & -Y_r \\ 0 & -N_v & -N_r \end{bmatrix}, \tag{8}$$

oraz z części nieliniowej $\boldsymbol{D}_{NL}(\boldsymbol{v})$, pozwalającej na wyznaczenie hydrodynamicznych sił tłumiących przy dużych prędkościach [10]:

$$\boldsymbol{D}_{NL}(\boldsymbol{v})=\begin{bmatrix} -d_{11}(\boldsymbol{v}) & 0 & 0 \\ 0 & -d_{22}(\boldsymbol{v}) & -d_{23}(\boldsymbol{v}) \\ 0 & -d_{32}(\boldsymbol{v}) & -d_{33}(\boldsymbol{v}) \end{bmatrix}, \tag{9}$$

przy czym:

$$d_{11}(\boldsymbol{v})=X_{|u|u}|u_r|+X_{uuu}u_r^2, \tag{10}$$

$$d_{22}(\boldsymbol{v})=Y_{|v|v}|v_r|+Y_{|r|v}|r|, \tag{11}$$

$$d_{23}(\boldsymbol{v}) = Y_{|v|r}|v_r| + Y_{|r|r}|r|, \tag{12}$$

$$d_{32}(\boldsymbol{v}) = N_{|v|v}|v_r| + Y_{|r|v}|r|, \tag{13}$$

$$d_{33}(\boldsymbol{v}) = N_{|v|r}|v_r| + N_{|r|r}|r|. \tag{14}$$

Wektor sił działających na kadłub statku związany jest z siłami wytwarzanymi przez pędniki i płetwy sterowe zamocowane na modelu fizycznym statku o nazwie CyberShip II $\boldsymbol{\tau}_{th}$ oraz siłami oddziałujących zakłóceń $\boldsymbol{\tau}_w$:

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_X, \tau_Y, \tau_N]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\tau}_{th} + \boldsymbol{\tau}_w. \tag{15}$$

Wartości liczbowe parametrów występujących w przedstawionym tutaj modelu matematycznym statku CyberShip II można znaleźć w pracach [8, 10, 12, 13].

Tabela 1

Parametry zależne od masy wyznaczone dla statku CyberShip II [8]

Parametr	Jednostka	Wartość	Parametr	Jednostka	Wartość
L_{OA}	m	1,255	$X_{\dot{u}}$	kg	-2,0
m	kg	23,800	$Y_{\dot{v}}$	kg	-10,0
I_z	kg m^2	1,760	$Y_{\dot{r}} = N_{\dot{v}}$	kg m	0,0
x_G	m	0,046	$N_{\dot{r}}$	kg m^2	-1,0

Tabela 2

Parametry statku CyberShip II określone na podstawie pomierzonych sił i momentów [10]

Parametr	Wartość	Parametr	Wartość
X_u	-0,72253	Y_v	-0,88965
$X_{\|u\|u}$	-1,32742	$Y_{\|v\|v}$	-36,47287
X_{uuu}	-5,86643	N_v	0,03130
		$N_{\|v\|v}$	3,95645

Tabela 3

Parametry statku CyberShip II określone z zastosowaniem sterowania adaptacyjnego [10]

Parametr	Wartość	Parametr	Wartość
$Y_{\|r\|v}$	-0,805	$N_{\|r\|v}$	0,130
Y_r	-7,250	N_r	-1,900
$Y_{\|v\|r}$	-0,845	$N_{\|v\|r}$	0,080
$Y_{\|r\|r}$	-3,450	$N_{\|r\|r}$	-0,750

3.1. Modele matematyczne pędników i płetw sterowych

Dla pędników obrotowych o ustalonym kącie ustawienia łopatek wytwarzana siła naporu jest bardziej lub mniej proporcjonalna do kwadratu prędkości obrotowej wału ω_i. Dla małych prędkości model śruba/płetwa można podzielić na dwie części. Pierwsza część opisuje napór nominalny (kąty wychylenia płetw $\delta_i = 0$, $i = 1, 2$) [8].

$$T_i = \begin{cases} k_{iTp}\omega_i^2 & \omega_i \geq 0 \\ k_{iTn}|\omega_i|\omega_i & \omega_i \leq 0 \end{cases}, \qquad i = \{1, 2, 3\} \tag{16}$$

Druga część dotyczy dodatkowych sił: zwrotu (*lift*) i hamującej (*drag*), wytwarzanych przez płetwy sterowe powiązane ze śrubami napędowymi:

$$L_i = \begin{cases} T_i(1 + k_{iLn}\omega_i)(k_{iL\delta 1} + k_{iL\delta 12}|\delta_i|)\delta_i & \omega_i \geq 0 \\ 0 & \omega_i \leq 0 \end{cases}, \qquad i = \{1, 2\}, \tag{17}$$

$$D_i = \begin{cases} T_i(1 + k_{iLDn}\omega_i)(k_{iD\delta 1}|\delta_i| + k_{iL\delta 12}\delta_i^2) & \omega_i \geq 0 \\ 0 & \omega_i \leq 0 \end{cases}, \qquad i = \{1, 2\}. \tag{18}$$

Tabela 4

Parametry nominalne śrub napędowych [8]

Parametr	Jednostka	Wartość	Parametr	Jednostka	Wartość
k_{1Tp}, k_{2Tp}	Ns^2	$3{,}74 \cdot 10^{-3}$	k_{3Tp}	Ns^2	$1{,}84 \cdot 10^{-4}$
k_{1Tn}, k_{2Tn}	Ns^2	$5{,}05 \cdot 10^{-3}$	k_{3Tn}	Ns^2	$1{,}88 \cdot 10^{-4}$

Tabela 5

Parametry nominalne płetw sterowych [8]

Parametr	Jednostka	Wartość	Parametr	Jednostka	Wartość
k_{1Ln}, k_{2Ln}	s	$2{,}10\cdot10^{-2}$	k_{1Dn}, k_{2Dn}	s	$9{,}64\cdot10^{-3}$
$k_{1L\delta1}$, $k_{2L\delta1}$	rad^{-1}	0,927	$k_{1D\delta1}$, $k_{2D\delta1}$	rad^{-1}	0,079
$k_{1L\delta2}$, $k_{2L\delta2}$	rad^{-2}	-0,557	$k_{1D\delta2}$, $k_{2D\delta2}$	rad^{-2}	0,615

Tabela 6

Odległości pędników od środka geometrycznego [11]

Parametr	Jednostka	Wartość	Parametr	Jednostka	Wartość
(L_{xT1}, L_{yT1})	m	(-0,499, -0,078)	(L_{xR1}, L_{yR1})	m	(-0,549, -0,078)
(L_{xT2}, L_{yT2})	m	(-0,499, 0,078)	(L_{xR2}, L_{yR2})	m	(-0,549, 0,078)
(L_{xT3}, L_{yT3})	m	(0,466, 0,000)			

Dla tych trzech pędników obrotowych i dwóch płetw sterowych uzyskuje się następujące siły wzdłużne i poprzeczne:

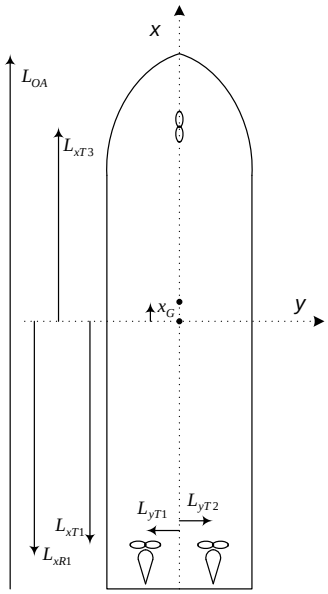
$$u_i = \begin{bmatrix} T_i - D_i, & i = \{1,2\} \\ T_i & i = 3 \\ L_i & i = \{4,5\} \end{bmatrix}. \tag{19}$$

Teraz można zapisać wektor sił przykładanych do kadłuba w zależności od rozmieszczenia opisanych powyżej pędników i płetw sterowych:

$$\boldsymbol{\tau}_{th} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{u} \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} \tau_X \\ \tau_Y \\ \tau_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ |L_{yT1}| & -|L_{yT2}| & |L_{xT3}| & -|L_{xR1}| & -|L_{xR2}| \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1(\omega_1,\delta_1) - D_1(\omega_1,\delta_1) \\ T_2(\omega_2,\delta_2) - D_2(\omega_2,\delta_2) \\ T_3(\omega_3) \\ L_1(\omega_1,\delta_1) \\ L_2(\omega_2,\delta_2) \end{bmatrix}, \tag{21}$$

gdzie macierz $\boldsymbol{T}$ jest macierzą konfiguracji pędników.



Rys. 2. Ramiona momentów statku CyberShip II

Zastosowane na rufie statku CyberShip II płetwy sterowe mają ograniczenia na prędkość wychylania wynoszące ok. 10°/s. W zakresie $|\delta_z - \delta| \le 10^{\circ}$ prędkość wychylania płetw pracuje w liniowej części charakterystyki, maksymalne wychylenia płetw sterowych $\delta_{max} = 35°$. Maksymalne prędkości obrotowe śrub zamontowanych na burcie wynoszą $n_{1max} = n_{2max} = 20$ obr/s, natomiast maksymalna prędkość obrotowa steru tunelowego znajdującego się na dziobie wynosi n_{3max} wynosi 35 obr/s.

3.2. Zakłócenia środowiskowe

Dla statku CyberShip II analiza zakłóceń środowiskowych została ograniczona do zakłóceń najbardziej istotnych dla statków powierzchniowych, czyli fal wytwarzanych przez wiatr. Model, który użyto do symulacji oddziaływania fali na statek, wyprowadza siły i momenty wytwarzane przez regularne morze na statek o kształcie bloku. Formuje wektor nazywany $\tau_w = [\tau_{wX}, \tau_{wY}, \tau_{wN}]$, który bezpośrednio dodawany jest do wektora wejściowego $\boldsymbol{\tau}$ przy wykorzystaniu zasady superpozycji [3]:

$$\tau_{wX}(t) = \sum_{i=1}^{N} \rho g B L T \cos(\beta) s_i(t), \tag{22}$$

$$\tau_{wY}(t) = \sum_{i=1}^{N} \rho g B L T \, sin(\beta) s_i(t) \,, \tag{23}$$

$$\tau_{wN}(t) = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{24} \rho g B L \left(L^2 - B^2\right) sin(2\beta) s_i^2(t) \,, \tag{24}$$

przy czym:

L – długość statku,
B – szerokość statku,
T – średnie zanurzenie statku rozważanego jako równoległościan,
ρ – gęstość wody,
$s_i(t)$ – nachylenie fali,
β – kąt pomiędzy kursem statku a kierunkiem działających fal (w radianach).

Kąt nachylenia fali s_i może być powiązany z funkcją gęstości spektralnej fali $S(\omega_i)$. W celu obliczenia $S(\omega_i)$ mogą być rozważane różne gęstości spektralne. W tej pracy rozważono zmodyfikowaną wersję widma Piersona-Mostkowitza [3].

$$S(\omega) = \frac{4\pi^3 H_s^2}{\left(0{,}710 T_o\right)^4 \omega^5} \exp\left(\frac{-16\pi^3}{\left(0{,}710 T_o\right)^4 \omega^4} \right), \tag{25}$$

przy czym:

T_o – okres modalny,
H_s – wysokość znacząca fali.

Algorytm wyznaczania nachylenia fali $s_i(t)$ z dowolnego widma fal morskich [3]:

1. Podzielić funkcję gęstości widmowej $S(\omega)$ na N przedziałów o długości $\Delta\omega$.
2. Wybrać przypadkową częstotliwość ω_i z każdego przedziału częstotliwości i obliczyć $S(\omega_i)$.
3. Obliczyć amplitudę fali $A_i = \sqrt{2S(\omega_i)\Delta\omega}$ oraz liczbę falową $k_i = \omega_i^2 / g$, dla każdego wyznaczonego przedziału $i = 1,...N$.
4. Obliczyć nachylenie fali s_i przez zastosowanie zależności

$$s_i(t) = A_i k_i \sin\left(\omega_{ei} t + \phi_i\right). \tag{26}$$

Częstotliwość spotkaniową ω_{ei} odpowiadającą i-tej składowej fali wyznacza się z zależności:

$$\omega_{ei} = \omega_i - \frac{\omega_i^2}{g} U \cos\beta \,, \tag{27}$$

przy czym:

U – wypadkowa prędkości statku (m/s),
g – przyśpieszenie ziemskie (g = 9,81 m/s),
β – kąt zawarty pomiędzy kursem statku a kierunkiem działających fal (rad), kiedy fala działa na dziób statku $\beta = 0$.

4. UPROSZCZONE MODELE MATEMATYCZNE STATKU CYBERSHIP II

Na potrzeby syntezy regulatorów liniowych zapisano uproszczone modele matematyczne statku CyberShip II.

4.1. Model Davidsona i Schiffa

Dla statku poruszającego się ze stałą prędkością $u = u_0$ opisany wyżej model nieliniowy statku CyberShip II można uprościć do następującej postaci:

$$\boldsymbol{M}\,\dot{\boldsymbol{v}} = -\boldsymbol{N}(u_0)\boldsymbol{v} + \boldsymbol{b}\delta\,, \tag{28}$$

gdzie:

$$\boldsymbol{N}(u_0) = \boldsymbol{C}(u_0) + \boldsymbol{D}_L\,. \tag{29}$$

Z powyższego modelu matematycznego wydziela się dynamikę wzdłużną, przy założeniu symetrii lewa/prawa burta, i otrzymuje się model manewrujący składający się z dynamiki wzdłużnej:

$$\left(m - X_{\dot{u}}\right)\dot{u} - X_u\left(u - u_0\right) - \left(m - X_{\dot{v}}\right)vr - \left(mx_G - \frac{1}{2}N_{\dot{v}} - \frac{1}{2}Y_{\dot{r}}\right)r^2 = \tau_X \tag{30}$$

i dynamiki poprzeczno-kątowej:

$$\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} \\ mx_G - N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} -Y_v & -Y_r + \left(m - X_{\dot{u}}\right)u \\ -N_v + \left(X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}}\right)u & -N_r + \left(mx_G - \frac{1}{2}N_{\dot{v}} - \frac{1}{2}Y_{\dot{r}}\right)u - \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_Y \\ \tau_N \end{bmatrix}. \tag{31}$$

Dla każdej ustalonej prędkości wzdłużnej $u = u_0$, dynamiki pozostają liniowe. Stąd u traktowane jest jako parametr. Równania powyższe są liniowo parametryzowanym modelem zapisanym w formie modelu Davidsona i Schiffa (1946). Dalej ten model można przekształcać do modeli Nomoto (1957) opisanych przez Clarke'a [1]. Dla statków konwencjonalnych siły sterujące są zazwyczaj liniowo zależne od wychylenia płetwy sterowej δ, według zależności $\tau_Y = -Y_\delta\delta$ oraz $\tau_N = -N_\delta\delta$. Stąd [3]:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}_1 u\,, \tag{32}$$

przy czym:

$$\boldsymbol{A} = -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{N}\,, \qquad \boldsymbol{b}_1 = \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{b} \tag{33}$$

4.2. Modele Nomoto

Dwoma innymi alternatywnymi opisami modelu Davidsona i Schiffa są modele zaproponowane przez Nomoto, Taguchi, Honda i Hirano (1957). Modele te uzyskuje się przez wyeliminowanie prędkości poprzecznej v z równania (32), co pozwala na uzyskanie transmitancji Nomoto wyrażającej zależność pomiędzy kursem statku ψ a wychyleniem płetwy sterowej δ:

$$\frac{\psi(s)}{\delta(s)} = \frac{K(1+T_3 s)}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}\,. \tag{34}$$

Parametry transmitancji odnoszą się do współczynników hydrodynamicznych na podstawie następujących zależności:

$$T_1 T_2 = \frac{|\boldsymbol{M}|}{|\boldsymbol{N}|}\,, \tag{35}$$

$$T_1 + T_2 = \frac{n_{11}m_{22} + n_{22}m_{11} - n_{12}m_{21} - n_{21}m_{12}}{|\boldsymbol{N}|}\,, \tag{36}$$

$$K_R = \frac{n_{21}b_1 - n_{11}b_2}{|\boldsymbol{N}|}\,, \tag{37}$$

$$K_R T_3 = \frac{m_{21}b_1 - m_{11}b_2}{|\boldsymbol{N}|}\,, \tag{38}$$

$$K = -K_R\,, \tag{39}$$

przy czym współczynniki m_{ij}, n_{ij} oraz b_i (i = 1, 2; j = 1, 2) są współczynnikami równania (33).

Model Nomoto można zredukować przez wyznaczenie zastępczej stałej czasowej według zależności $T = T_1 + T_2 - T_3$:

$$\frac{\psi(s)}{\delta(s)} = \frac{K}{s(1+Ts)} \tag{40}$$

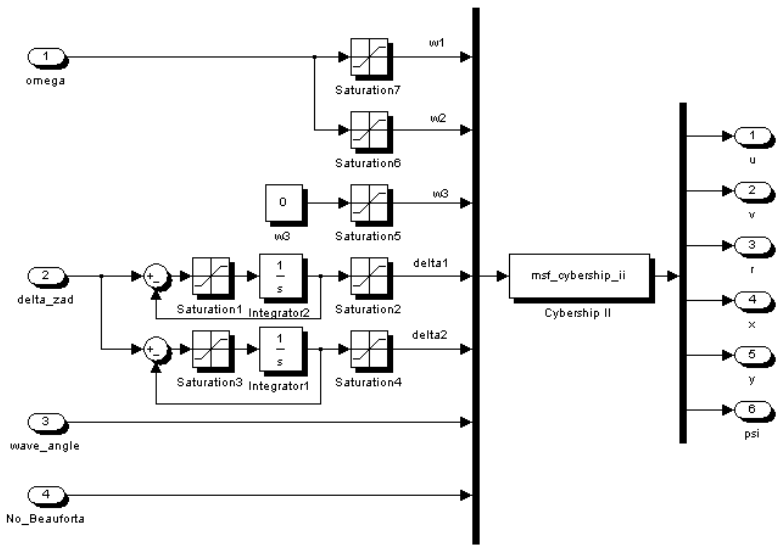
i również zapisany w postaci następujących równań stanu:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\psi\\ r\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -\dfrac{1}{T}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\psi\\ r\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ \dfrac{K}{T}\end{bmatrix}\cdot\delta \tag{41}$$

gdzie $r = d\psi/dt$.

5. BADANIA SYMULACYJNE

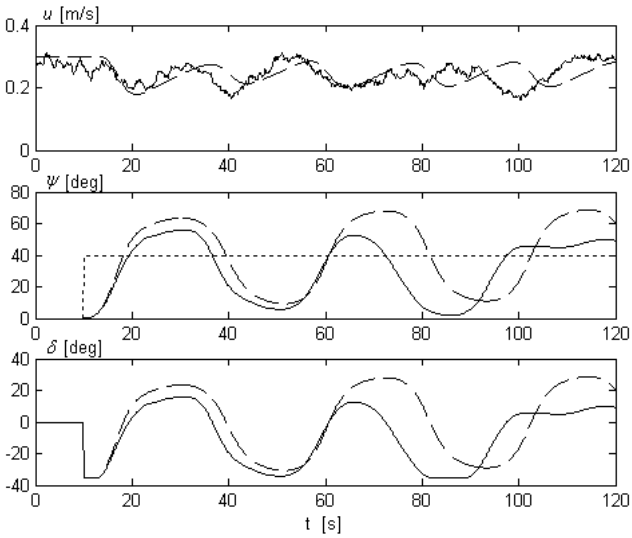
Opisany model matematyczny statku CyberShip II został zaimplementowany w środowisku obliczeniowym Matlab/Simulink. Strukturę tego modelu pokazano na rysunku 3. Ograniczenia na maksymalne prędkości obrotowe i maksymalne wartości wychylenia płetw sterowych oraz ograniczenia związane z prędkością wychylania płetw sterowych zostały zaimplementowane w postaci bloków Simulinka. Model matematyczny dynamiki statku (3) wraz z modelami matematycznymi pędników i płetw sterowych (21) oraz fali (22), (23), (24) zapisano w postaci S-Funkcji (msf_cybership_ii.m).



Rys. 3. Model matematyczny statku CyberShip II zaimplementowany w postaci schematu w Simulinku

Przykładowe badania symulacyjne z modelem matematycznym przeprowadzono w układzie zamkniętym z regulatorem P o nastawie $K_p = 1$, czyli model matematyczny objęto jednostkowym ujemnym sprzężeniem zwrotnym. Na rysunku

4 znajdują się wyniki symulacji tego układu regulacji przy stałej prędkości obrotowej $\omega_1 = \omega_2 = 8{,}132$ obr/s, co przy zerowym wychyleniu płetw sterowych i na spokojnej wodzie pozwala rozwinąć prędkość wzdłużną równą 0,3 m/s. W czasie prowadzonych badań symulacyjnych obydwie płetwy sterowe były wychylane o ten sam kąt $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, którego wartość zadaną uzyskiwano z wyjścia regulatora P. Linią przerywaną zaznaczono przebiegi czasowe uzyskane na wodzie spokojnej przy braku zakłóceń zewnętrznych, linią ciągłą natomiast zaznaczono przebiegi czasowe w obecności działających zakłóceń falowych. Symulowane fale miały znaczącą wysokość H_s równą 3 m, co odpowiada stanowi morza 5 w skali Beauforta. Ponieważ statek CyberShip II jest modelem fizycznym wykonanym w skali 1:70, to na potrzeby wzoru (25) po przeskalowaniu do badań symulacyjnych przyjęto $T_o = 0{,}80$ s, $H_s = 5$ mm, kierunek działających fal $\psi_f = 0^o$. Na rysunku 4 przedstawiono kolejno od góry: prędkości wzdłużne u, kursy statku ψ, zadane wychylenia płetw sterowych δ.



Rys. 4. Wyniki badań symulacyjnych
(linie przerywane – na spokojnej wodzie, linie ciągłe – 5° w skali Beauforta)

6. UWAGI I WNIOSKI

Na podstawie otrzymanych wyników symulacji uzyskanych w układzie regulacji po objęciu go jednostkowym ujemnym sprzężeniem zwrotnym stwierdza się, że statek CyberShip II jest jednostką silnie nieliniową (rys. 3).

Ośrodek naukowy w Trondheim zatrudnia bardzo twórczy zespół badawczy, publikujący corocznie dużą liczbę prac z zakresu sterowania statkami, w których

przedstawiane są różnorodne algorytmy sterowania weryfikowane właśnie na modelu fizycznym CyberShip II. Posiadając ten model, można próbować powtórzyć te wyniki i poznać oraz opanować różne nowe algorytmy sterowania statkiem, od jednowymiarowych począwszy, a na wielowymiarowych skończywszy. Model ten jest bardzo wiarygodny, gdyż wielokrotnie był weryfikowany w Laboratorium Cybernetyki Morskiej w Trondheim.

LITERATURA

1. Clarke D., *The foundations of steering and maneouvering*, Proc. IFAC Conf. Manoeuvering and Contr. Marine Crafts, Plenary talk, IFAC, Girona, Spain 2003.
2. Faltinsen O.M., *Sea Loads on Ships and Offshore Structures*, Cambridge University Press 1990.
3. Fossen T.I., *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, John Wiley & Sons Ltd., England 1994.
4. Fossen T.I., *Marine Control Systems: Guidance, Navigation, and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*, Marine Cybernetics, Trondheim, Norway 2002.
5. Galbas J., *Synteza układów sterowania precyzyjnego statkiem za pomocą sterów strumieniowych*, rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 1988.
6. Gierusz W., *Simulation model of the shiphandling training boat „Blue Lady”*, Proc. of Control Applications in Marine Systems, Glasgow, Scotland, UK 2001.
7. Kallstrom C.G., Ottosson P., *The generation and control of roll motion of ships in close turns*, Proc. of the 4th International Symposium Ship Operation and Automation, Genova, Italy 1982.
8. Lindegaard K.-P., *Acceleration Feedback in Dynamic Positioning*, PhD thesis, Norwegian Univ. Science & Technology, Dept. Eng. Cybernetics, Trondheim, Norway 2003.
9. Lindegaard K.-P., Fossen T.I., *Fuel efficient rudder and propeller control allocation for marine craft: experiments with model ship*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, vol. 11, no. 6.
10. Skjetne R., *The maneuvering Problem*, PhD thesis, Norwegian Univ. Science & Technology, Dept. Eng. Cybernetics, Trondheim, Norway 2005.
11. Skjetne R., Smogeli O.N., Fossen T.I., *A nonlinear ship maneuvering model: Identification and adaptive control with experiments for a model ship*, Modeling, Identification and Control, 2004, vol. 25, no. 1.
12. Skjetne R., Smogeli O., Fossen T.I., *Modeling, identification, and adaptive maneuvering of Cybership II: A complete design with experiments*, Proc. IFAC Conf. Appl. Marine Systems, CAMS 2004, IFAC, Ancona, Italy 2004.
13. Sveen D.A., *Robust and adaptive tracking control for synchronization with an ROV: practical implementation on CyberShip II*, master thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway 2003.

THE MATHEMATICAL MODEL OF THE SHIP, CALLED CYBERSHIP II

Summary

Good nonlinear mathematical models of the ship dynamic, including numerical values, to use for maneouvering control and along desired path are hard to find. This paper presents a complete mathematical model of the ship, called CyberShip II. This ship is a scale model of an oil platform supply ship. CyberShip II is the test vehicle developed at the Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, Norway.