

## PRZYBLIŻENIE WZOREM TABLIC CIEPŁA WŁAŚCIWEGO POWIETRZA SUCHEGO

*W artykule przedstawiono metody wyłonienia modeli aproksymujących dwuwymiarowe tablice termodynamiczne Lemmona dla ciepła właściwego powietrza w zakresie temperatur 300–2000 K i ciśnień 0,101325–20 MPa. Generalnie w tym celu wykorzystano metodę najmniejszych kwadratów oraz minimalizację maksymalnych odchyłeń. Rozpatrywane modele są liniowymi kombinacjami funkcji bazowych. Rozpatrzono dwuwymiarowe wielomiany pełne i niepełne wyższych stopni oraz kombinacje dowolnych funkcji bazowych. Przeanalizowano także model bazujący na aproksymacji warstwicznej dla  $p=\text{idem}$  i  $T=\text{idem}$ . Pozwoliło to wyłonić funkcje bazowe odpowiednie do charakteru aproksymowanych danych. Opracowane wzory umożliwiają obliczanie wartości ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu i stałej objętości w podanych wyżej przedziałach ciśnień i temperatur z błędami nie większymi od 0,083% wartości tablicowej.*

**Słowa kluczowe:** przybliżenie tablic wzorami, ciepło właściwe powietrza suchego.

### WSTĘP

Zapis tablic parametrów termodynamicznych za pomocą wzorów ułatwia obliczenia procesów sprężania i spalania, a w tym charakterystyk wydzielania ciepła. Zapis danych w formie wzoru może szczególnie ułatwić operacje różniczkowania i całkowania w porównaniu z bezpośrednim wykorzystaniem w tym celu tablic liczbowych.

Problem poszukiwania modelu przybliżającego tablice parametrów termodynamicznych rozpatrzono na przykładzie aproksymacji fragmentu tablicy ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu  $c_p$  dla powietrza suchego [1]. W artykule ograniczono się do zakresu przedziału temperatur  $T = 300\text{--}2000$  K oraz zakresu ciśnień  $p = 0,101325\text{--}20$  MPa, kierując się potrzebami obliczeniowymi procesu sprężania w okrętowych silnikach tłokowych.

Dane wyjściowe, zawarte w tabeli (Załącznik) mają zasadniczo charakter obliczeniowy [1], gdzie w modelu obliczeniowym uwzględniono pewne dane eksperymentalne, zawierające błędy pomiarowe o charakterze losowym. Należy oczekiwać, że głównymi błędami danych są błędy modelu fizycznego. Autorzy tablic szacują maksymalne błędy wyznaczenia wartości ciepła właściwego powietrza na 1% [1]. Wartości tablicowe ciepła właściwego zostały zaokrąglone do dwóch miejsc po przecinku, więc maksymalna wartość bezwzględna błędu

zaokrąglenia wynosi  $0,005 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ . Ponieważ najmniejsza wartość  $c_p$  wynosi  $29,15 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$  [1], to maksymalny bezwzględny błąd procentowy prezentacji danych można oszacować na  $0,017\%$ .

Przyjęto, że aproksymacja ciepła właściwego z błędami bezwzględnymi  $\delta c_p \leq 0,1\%$  wartości tablicowych będzie wystarczająco dokładna.

## 1. APROKSYMACJA WIELOMIANAMI I INNYMI FUNKCJAMI ELEMENTARNYMI

Jeżeli model fizyczny nie jest znany, do przybliżenia zbiorów danych metodą najmniejszych kwadratów wykorzystuje się funkcje, stanowiące kombinacje liniowe (sumy) iloczynów współczynników (stałych)  $a_i$  i funkcji bazowych  $f_i$ .

Funkcja aproksymująca ma postać:

$$c_{pk} = \sum_{i=0}^k a_i f_i. \quad (1)$$

Problem obliczeniowy sprowadza się do wyznaczenia wartości współczynników  $a_i$  z układu równań liniowych o wymiarze  $k + 1$ , kierując się kryterium najmniejszych kwadratów.

Bazując na doświadczeniu w zakresie aproksymacji średniokwadratowej różnych wielkości oraz graficznym obrazie tablicy, przyjęto wstępnie  $k = 15$  (16 funkcji bazowych) jako wystarczające dla zapewnienia założonej dokładności aproksymacji.

Zakładając, że model fizyczny nie jest znany, rozpatrzono aproksymacje różnymi funkcjami elementarnymi. W pierwszej kolejności rozpatrzono aproksymację pełnym wielomianem potęgowym:

$$c_{pak} = \sum_{i=0}^k a_i f_{ai}. \quad (2)$$

Kolejne funkcje bazowe wielomianu (2) przytoczono w tabeli 1.

Ostatnią w zbiorze funkcją bazową funkcji  $c_{pa15}$  jest jednomian piątego stopnia  $f_{a15} = pT^4$  (tab. 1). Maksymalna wartość bezwzględna odchylenia procentowego dla funkcji  $f_{a15}$ , wynosząca  $\delta c_{pa15} = 2,4\%$ , jest znaczna w porównaniu z dokonanym wyżej założeniem  $\delta c_p \leq 0,1\%$ .

W kolejnym kroku aproksymację wykonano funkcją wielomianową

$$c_{pbk} = \sum_{i=0}^k b_i f_{bi}. \quad (3)$$

włączając do modelu funkcje bazowe ze zbioru jednomianów pełnego wielomianu 12. stopnia. Przy włączaniu funkcji bazowych kierowano się największym wkładem w zmniejszenie sumy kwadratów odchylenia oraz zmniejszaniem się bezwzględnej wartości błędu aproksymacji  $\delta c_{pbk}$  (tab. 1). Maksymalne wartości potęg dla parametrów  $p$  i  $t$  przyjęto równe 6. Uzyskano ponad dwukrotnie mniejsze

maksymalne odchylenie  $\delta c_{pb15} = 1,1\%$  niż w przypadku funkcji  $c_{pa15}$ . Wartość ta jest nadal bardzo duża w porównaniu z założonym błędem maksymalnym aproksymacji danych tablicowych.

Kolejną funkcję aproksymującą

$$f_{ck} = \sum_{i=0}^k c_i f_{ci} \quad (4)$$

utworzono, włączając do zbioru funkcji bazowych funkcje bazowe ze wzoru (5), kierując się największym wkładem w zmniejszenie sumy kwadratów

$$\left\{ \begin{array}{l} p^n \{n = 0,5; -3 \div 3\}; T^n \{n = 0,5; -6 \div 6\}; p^n T^m \\ \{n = 1 \div 3; m = 1 \div 6\}; \ln^n T \{n = 1 \div 5\}; \ln^n p \{n = 1; 2\} \end{array} \right\} \quad (5)$$

odchyleń oraz osiąganiem założonej wartości błędu bezwzględnego  $\delta c_p \leq 0,1\%$ .

Spełnienie założenia osiągnięto już w przypadku aproksymacji funkcją  $c_{pc10}$  (tab. 1). Dla 16-elementowej funkcji  $c_{pc15}$  wartość błędu jest szczególnie mała i wynosi  $\delta c_{pc15} = 0,034\%$ .

**Tabela 1.** Maksymalne błędy bezwzględne  $\delta c_p$  aproksymacji tabeli  $c_p$  funkcjami (2), (3), (4)

**Table 1.** Maximum absolute errors  $\delta c_p$  of  $c_p$  table approximation using functions (2), (3), (4)

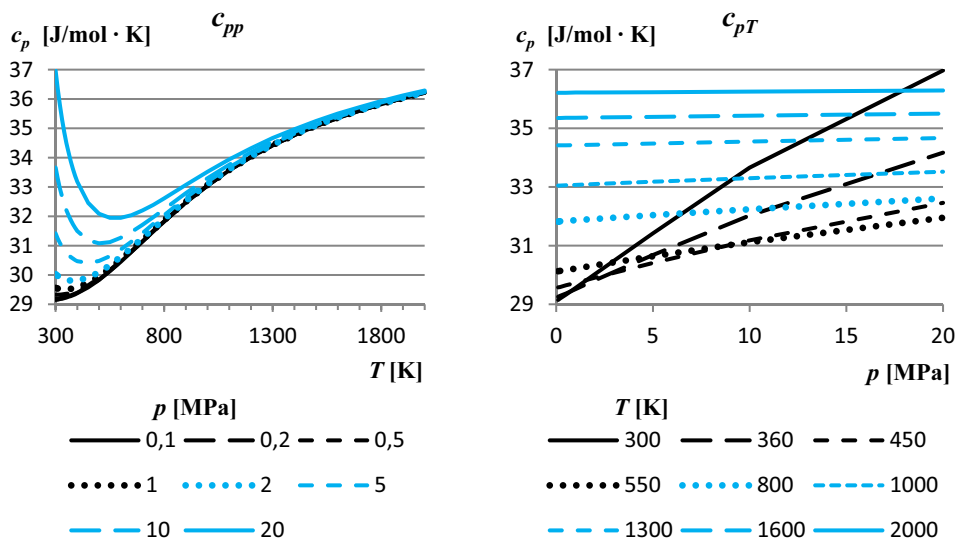
$i, k$	$f_{ai}$	$\delta c_{pak}, \%$	$f_{bi}$	$\delta c_{pbk}, \%$	$f_{ci}$	$\delta c_{pck}, \%$
0	1	–	1	–	1	–
1	$p$	12	$T$	18	$T$	18
2	$T$	13	$p$	13	$pT^{-2}$	2,6
3	$pT$	8,9	$pT$	8,9	$\ln^3 T$	1,9
4	$p^2$	9,0	$pT^2$	6,7	$p^3 T^{-1}$	0,88
5	$T^2$	9,1	$pT^3$	4,0	$\ln^4 T$	0,91
6	$pT^2$	6,5	$T^2$	4,2	$T^4$	0,72
7	$p^2 T$	6,7	$pT^4$	3,1	$p^2 T^{-6}$	0,77
8	$p^3$	5,7	$pT^5$	2,3	$pT^{-5}$	0,31
9	$T^3$	5,9	$pT^6$	2,0	$T^{-6}$	0,19
10	$p^2 T^2$	5,9	$p^3$	1,6	$p^3 T^{-5}$	0,098
11	$pT^3$	4,2	$p^3 T$	1,3	$p^2 T^{-1}$	0,078
12	$p^3 T$	4,2	$p^3 T^2$	1,2	$\ln^2 T$	0,10
13	$p^4$	4,2	$p^4$	1,2	$T^{-1}$	0,062
14	$T^4$	3,5	$T^6$	1,1	$pT^{-6}$	0,042
15	$pT^4$	2,4	$p^4 T$	1,1	$p^3 T^{-3}$	0,034

Przybliżenie  $c_{pc10}$  i kolejne mogą być wystarczające do niektórych celów obliczeniowych. Wątpliwości może budzić struktura tych modeli. Mogą one być nieadekwatne w sensie fizycznym pomimo adekwatności statystycznej. Nieadekwatność fizyczna modelu w zagadnieniach obliczeniowych może przejawiać się np. przy próbach generowania pochodnych funkcji  $c_p$ . W przypadku całkowania znacznie wzrosnie złożoność wzorów ze względu na występujące potęgi logarytmów.

## 2. APROKSYMACJA OPARTA NA ANALIZIE WARSTWIC

### 2.1. Analiza i aproksymacja warstwicy tabeli $c_p$

Tabela  $c_p$  (Załącznik) jest tabelą dwuwymiarową. Analizując ją warstwico, można wyróżnić przebiegi  $c_{pT}$  dla  $T = \text{const}$  i  $c_{pp}$  dla  $p = \text{const}$  (rys. 1).



**Rys. 1.** Warstwice  $c_p$ :  $c_{pp}$  – dla  $p = \text{const}$ ,  $c_{pT}$  – dla  $T = \text{const}$

**Fig. 1.** Contours  $c_p$ :  $c_{pp}$  – for  $p = \text{const}$ ,  $c_{pT}$  – for  $T = \text{const}$

Już wizualna analiza warstwicy  $c_{pT}$  (rys. 1) pozwala domniemać, że do ich aproksymacji celowe jest zastosowanie wielomianów potęgowych. Widoczne jest, że warstwica  $c_{p300}$  najbardziej odchyła się od prostej. Kierując się zmniejszaniem się sum kwadratów odchyłeń  $S_{c_{p300};k}$  (tab. 2), przyjęto wielomian 3. stopnia jako wystarczająco dobrze aproksymujący warstwice  $c_{pT}$ .

**Tabela 2.** Zmniejszanie się sum kwadratów odchyłeń  $S_{c_{p300};k}$  dla aproksymacji warstwicy  $c_{p300}$  wielomianami  $c_{pT;k} = \sum_{i=0}^k c_{k;i} p^i$

**Table 2.** Decrease of the sum of squared deviations  $S_{c_{p300};k}$  for  $c_{p300}$  approximation using polynomials  $c_{pT;k} = \sum_{i=0}^k c_{k;i} p^i$

$k, i$	0	1	2	3	4
$S_{c_{p300};k}$	55,1	0,33	0,0105	0,000056	0,000055

W przypadku niektórych warstw  $c_{pT}$  zwiększanie stopnia wielomianu powyżej 3 powoduje znaczący spadek sumy kwadratów w kolejnym kroku, lecz odchylenie standardowe wzrasta ze względu na malejącą liczbę stopni swobody. Każdy zbiór  $\{c_{pT}\}$  liczy tylko 8 punktów i stosowanie wielomianów z  $k > 3$  powoduje aproksymację zakłóceń.

W wyniku aproksymacji przebiegów  $c_{pT}$  otrzymano cztery zbiory wartości współczynników  $\{a_j\}, \{b_j\}, \{c_j\}, \{d_j\}, j = 1-31$ , będących funkcjami zmiennej  $t = T/100$ , wprowadzonej dla wygody obliczeniowej.

Jeżeli aproksymować powyższe zbiory funkcjami  $f_a(t), f_b(t), f_c(t), f_d(t)$ , wzór przybliżający tablicę  $c_p$  przyjmie postać:

$$c_{pw} = f_a + pf_b + p^2f_c + p^3f_d. \quad (6)$$

## 2.2. Wyznaczenie funkcji $f_a$ i $f_b$

Analizując modele termodynamiczne dla gazów, należy zauważyć, że równanie stanu dla gazu rzeczywistego tworzy się, wprowadzając do równania gazu doskonałego poprawki wirialne. Kierując się powyższym, można przewidywać, że wzór przybliżający może zawierać funkcje bazowe, np. postaci  $f_i = t^n; i = 0 \div k, n = -k \div 0$ . Sugerowały to już postaci funkcji bazowych włączone do modelu w procesie tworzenia funkcji aproksymującej  $c_{pc15}$  (tab. 1).

Jak wynika z obserwowanego zmniejszania się sumy kwadratów odchyłeń  $Sa_k$ , odpowiednią funkcją aproksymującą zbiór  $\{a_j\}$  może być funkcja  $f_{a9}$  lub  $f_{a10}$  (tab. 3).

**Tabela 3.** Zmniejszanie się sum kwadratów odchyłeń  $Sa_k$  dla aproksymacji zbioru współczynników  $\{a_j\}$  funkcjami  $f_{ak} = \sum_{i=0}^k a_{k;i} t^{n_i}$

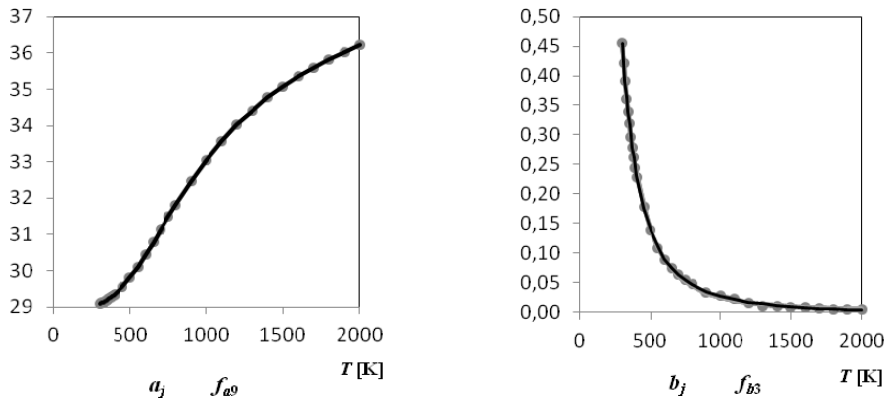
**Table 3.** Decrease of the sum of squared deviations  $Sa_k$  for the set of coefficients  $\{a_j\}$  approximation using functions  $\sum_{i=0}^k a_{k;i} t^{n_i}$

$k, i$	0	1	2	3	4	5
$n_i$	0	-1	-2	-3	-4	-5
$Sa_k$	150	26,7	1,16	0,041	0,024	0,0017
$k, i$	6	7	8	9	10	11
$n_i$	-6	-7	-8	-9	-10	-11
$Sa_k$	0,00043	0,00032	0,00013	0,000069	0,000055	0,000058

W przypadku zbioru  $\{b_j\}$  najlepsze przybliżenie daje funkcja  $f_{b3}$  (tab. 4). Na rysunku 2 za pomocą łamanych zobrazowano uzyskane wyniki aproksymacji.

**Tabela 4.** Zmniejszanie się sum kwadratów odchyłeń  $Sb_k$  dla aproksymacji zbioru współczynników  $\{b_j\}$  funkcjami  $f_{bk} = \sum_{i=0}^k b_{k,i} t^{n_i}$ ,  $n_0 = 0$   
**Table 4.** Decrease of the sum of squared deviations  $Sb_k$  for the set of coefficients  $\{b_j\}$  approximation using functions  $f_{bk} = \sum_{i=0}^k b_{k,i} t^{n_i}$ ,  $n_0 = 0$

$k, i$	1	2	3	4
$n_i$	-1	-2	-3	-4
$Sb_k$	0,033	0,00018	0,000067	0,000066



**Rys. 2.** Porównanie przebiegów współczynników  $a_j$  i  $b_j$  i ich aproksymacji  $f_{a9}$  i  $f_{b3}$

**Fig. 2.** A comparison of graphs of coefficients  $a_j$  and  $b_j$  and their approximations  $f_{a9}$  and  $f_{b3}$

### 2.3. Wyznaczenie funkcji $f_c(t)$

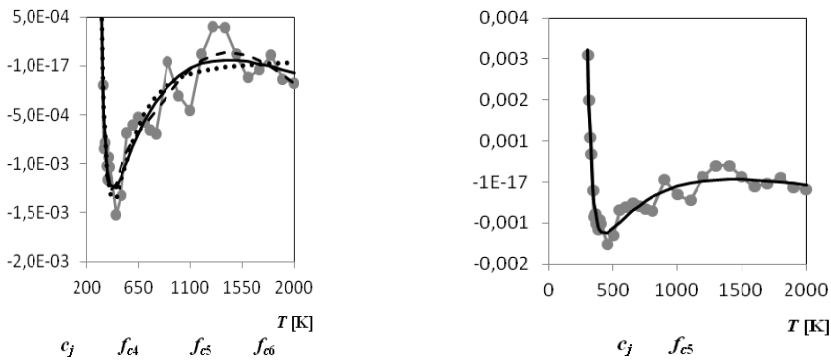
W przypadku współczynników  $\{c_j\}$  wystarczające przybliżenie daje funkcja  $f_{c4}$  lub  $f_{c5}$  (tab. 5).

**Tabela 5.** Zmniejszanie się sum kwadratów odchyłeń  $Sc_k$  dla aproksymacji zbioru współczynników  $\{c_j\}$  funkcjami  $f_{ck} = \sum_{i=0}^k c_{k,i} t^{n_i}$ ,  $n_0 = 0$ ,  $n_1 = -1$

**Table 5.** Decrease of the sum of squared deviations  $Sc_k$  for the set of coefficients  $\{c_j\}$  approximation using functions  $f_{ck} = \sum_{i=0}^k c_{k,i} t^{n_i}$ ,  $n_0 = 0$ ,  $n_1 = -1$

$k, i$	2	3	4	5	6	7
$n_i$	-2	-3	-4	-5	-6	-7
$Sc_k$	1,1E-0,5	2,0E-0,6	1,5E-0,6	1,4E-0,6	1,2E-0,6	1,2E-0,6

Analiza zobrazowania wyników aproksymacji (rys. 3) potwierdza, że właściwą funkcją aproksymującą jest funkcja  $f_{c4}$  lub  $f_{c5}$ .



**Rys. 3.** Porównanie przebiegu współczynników  $c_j$  i ich wybranych aproksymacji  $f_{c4}, f_{c5}, f_{c6}$   
**Fig. 3.** A comparison of graphs of coefficients  $c_j$  and their selected approximations  $f_{c4}, f_{c5}, f_{c6}$

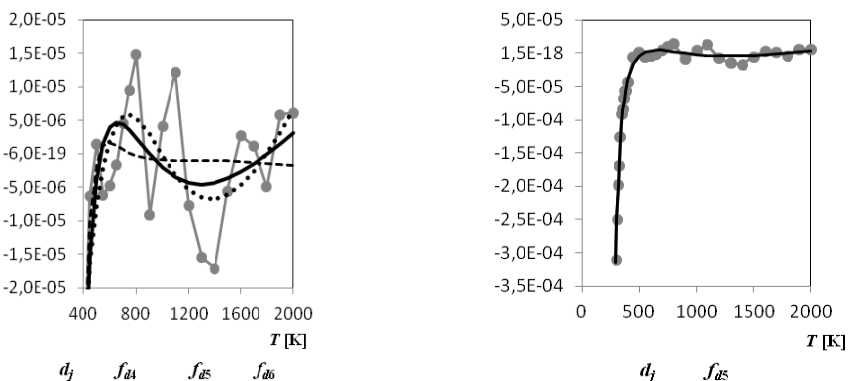
### 2.4. Wyznaczenie funkcji $f_d(t)$

W przypadku zbioru  $\{d_j\}$  wystarczające przybliżenie daje funkcja  $f_{d5}$  (tab. 6), co pokazuje porównanie przebiegów funkcji na rysunku 4.

**Tabela 6.** Zmniejszanie się sum kwadratów odchyłeń  $Sd_k$  dla aproksymacji zbioru współczynników  $\{d_j\}$  funkcjami  $f_{dk} = \sum_{i=0}^k d_{k,i} t^{n_i}$ ,  $n_0 = 0, n_1 = -1$

**Table 6.** Decrease of the sum of squared deviations  $Sd_k$  for the set of coefficients  $\{d_j\}$  approximation using functions  $f_{dk} = \sum_{i=0}^k d_{k,i} t^{n_i}$ ,  $n_0 = 0, n_1 = -1$

$k, i$	2	3	4	5	6
$n_i$	-2	-3	-4	-5	-6
$Sd_k$	1,8E-08	2,7E-09	1,9E-0,9	1,6E-0,9	1,5E-09



**Rys. 4.** Porównanie przebiegów współczynników  $d_j$  i ich wybranych aproksymacji  $f_{d4} - f_{d6}$   
**Fig. 4.** A comparison of graphs of coefficients  $d_j$  and their selected approximations  $f_{d4} - f_{d6}$

## 2.5. Ocena przybliżenia na podstawie aproksymacji warstwicznej

W wyniku dokonanych aproksymacji warstwicznych wzór (6) przyjmie postać:

$$c_{pw1} = f_{a10} + pf_{b5} + p^2 f_{c5} + p^3 f_{d5}. \quad (7)$$

Maksymalny bezwzględny błąd procentowy przybliżenia (7) wynosi  $\delta c_{pw1} = 0,024\%$ , lecz wzór ten zawiera aż 29 wyznaczanych współczynników.

Kierując się dostatecznym spełnieniem założenia  $\delta c_p \leq 0,1\%$ , można w pewnym stopniu zredukować liczbę współczynników do modelu (8):

$$c_{pw2} = f_{a5} + pf_{b3} + p^2 f_{c5} + p^3 f_{d5}. \quad (8)$$

Maksymalny błąd przybliżenia (8) wynosi  $\delta c_{pw1} = 0,058\%$ , a liczba wyznaczanych współczynników 21.

## 2.6. Aproksymacja bezpośrednia

Należy wykorzystać informację o postaci funkcji bazowych w modelach warstwicznych (punkty 2.1–2.3) do aproksymacji bezpośredniej modelem (1), metodą włączania lub eliminacji funkcji bazowych, kierując się kryterium największego wkładu w zmniejszanie się sumy kwadratów odchyłeń w kolejnych krokach aproksymacji oraz spełnieniem warunku dopuszczalnego błędu maksymalnego aproksymacji.

Poniżej przytoczono uzyskane modele aproksymujące tablicę  $c_p$  z błędami mniejszymi od 0,1% wartości tablicowych tych wielkości w zakresie temperatur 300–2000 K i w zakresie ciśnień 0,101325–20 MPa.

$$\begin{aligned} c_{p3} = & 39,541 - 56,76 t^{-1} - 358,2 t^{-2} + 3752,35 t^{-3} - 10968,1 t^{-4} + \\ & + 10865,7 t^{-5} + p(-0848 t^{-1} + 3,346 t^{-2} + 5,6 t^{-4} + 14,7 t^{-5}) + \\ & - 0,0053 p^3 t^{-3} \pm 0,081\%. \end{aligned} \quad (9)$$

Wykorzystując analogiczne funkcje bazowe dla aproksymacji ciepła właściwego przy stałej objętości w przyjętych zakresach ciśnień i temperatur, otrzymano wzór:

$$\begin{aligned} c_v = & 31,2271 - 56,86 t^{-1} - 355,041 t^{-2} + 3719,3 t^{-3} - 10845,8 t^{-4} + \\ & + 10717,9 t^{-5} + p(0,0436 t^{-1} + 0,371 t^{-2} + 11 t^{-6}) - 0,013 p^2 t^{-3} + \\ & - 0,00037 p^4 t^{-6} \pm 0,084\%. \end{aligned} \quad (10)$$



## PODSUMOWANIE

Aproksymacja dwuwymiarowej tabeli  $c_p$  16-elementowym wielomianem pełnym (2) oraz wielomianami niepełnymi (3) nie spełniła postawionych wymagań dokładnościowych.

W przypadku modelu (4) uzyskano dobre przybliżenie, lecz wątpliwości budzi struktura modelu, tym bardziej, że zastosowanie tego modelu do aproksymacji ciepła właściwego przy stałej objętości  $c_v$  nie daje zadowalających wyników.

Modele (7) i (8), bazujące na aproksymacji warstwicznej, pozwoliły uzyskać wysoką dokładność przybliżenia, lecz zawierają znaczną liczbę współczynników. Modele te nie minimalizują sumy kwadratów odchyleń dla kombinacji liniowej wszystkich funkcji bazowych w nim zawartych. Można pokazać, że aproksymacje zbiorów współczynników z użyciem innych funkcji bazowych mogą prowadzić do znacznych błędów aproksymacji.

Jednakże aproksymacja warstwiczna umożliwiła ujawnienie postaci funkcji bazowych dobrze aproksymujących zbiory danych. Aproksymacja bezpośrednia (1) z zastosowaniem wyłonionych funkcji bazowych umożliwiła uzyskanie aproksymacji (9) i (10), spełniających przyjęte założenia co do dokładności aproksymacji przy względnie małej liczbie współczynników.

Metoda analizy warstwicznej tabeli dwuwymiarowej może mieć zastosowanie także w procesie budowania modeli aproksymacji tablic innych wielkości termodynamicznych.

## LITERATURA

1. Lemmon E.W., Jacobsen R.T., Penocello S.G., Friend D.G., *Thermodynamic Properties of Air Mixtures of Nitrogen, Argon and Oxygen From 60 to 2000 K AT Pressures to 2000 MPa*, J. Phys. Chem. Ref. Data, 2000, Vol. 29, No. 3.

**Załącznik.** Tabela aproksymowanego zakresu wartości  $c_p \left[ \frac{J}{mol} \cdot K \right]$  [1]

*Annex.* The table of approximated range of values of  $c_p \left[ \frac{J}{mol} \cdot K \right]$  [1]

T[K]	p[MPa]							
	0,101325	0,2	0,5	1	2	5	10	20
300	29,15	29,20	29,33	29,56	30,03	31,42	33,66	36,97
310	29,16	29,20	29,33	29,54	29,97	31,24	33,28	36,34
320	29,18	29,21	29,33	29,53	29,92	31,09	32,95	35,79
330	29,19	29,23	29,34	29,52	29,88	30,96	32,67	35,30
340	29,21	29,24	29,35	29,52	29,85	30,85	32,42	34,87
350	29,23	29,26	29,36	29,52	29,83	30,76	32,21	34,50
360	29,26	29,29	29,37	29,52	29,82	30,68	32,03	34,17
370	29,28	29,31	29,39	29,53	29,81	30,61	31,87	33,87
380	29,31	29,34	29,41	29,54	29,80	30,56	31,73	33,61
390	29,34	29,37	29,44	29,56	29,80	30,51	31,61	33,38
400	29,38	29,40	29,47	29,58	29,81	30,47	31,50	33,18
450	29,58	29,59	29,65	29,73	29,91	30,41	31,18	32,46
500	29,83	29,84	29,89	29,95	30,09	30,48	31,08	32,09
550	30,13	30,14	30,17	30,22	30,33	30,64	31,12	31,95
600	30,45	30,46	30,48	30,53	30,62	30,87	31,27	31,95
650	30,79	30,80	30,82	30,86	30,93	31,14	31,47	32,04
700	31,14	31,14	31,16	31,19	31,26	31,43	31,71	32,20
750	31,48	31,49	31,51	31,53	31,58	31,74	31,97	32,39
800	31,82	31,83	31,84	31,87	31,91	32,04	32,24	32,61
900	32,47	32,47	32,48	32,5	32,53	32,63	32,79	33,07
1000	33,05	33,05	33,06	33,07	33,1	33,18	33,3	33,52
1100	33,57	33,57	33,57	33,58	33,61	33,67	33,76	33,94
1200	34,02	34,02	34,03	34,03	34,05	34,1	34,18	34,32
1300	34,42	34,42	34,42	34,43	34,44	34,48	34,55	34,67
1400	34,77	34,77	34,77	34,77	34,79	34,82	34,88	34,97
1500	35,08	35,08	35,08	35,09	35,1	35,12	35,17	35,25
1600	35,35	35,35	35,36	35,36	35,37	35,39	35,43	35,5
1700	35,6	35,6	35,6	35,61	35,61	35,63	35,66	35,72
1800	35,82	35,82	35,83	35,83	35,83	35,85	35,88	35,93
1900	36,03	36,03	36,03	36,03	36,04	36,05	36,07	36,12
2000	36,21	36,21	36,21	36,22	36,22	36,23	36,25	36,29

## APPROXIMATION OF TABLES OF DRY AIR SPECIFIC HEAT USING FORMULA

### Summary

*The paper presents a methods of approximation models identification of two-dimensional Lemmon thermodynamic tables of specific heat of the air in the temperature range 300 to 2000 K and pressures 0.101325 to 20 MPa. The method of least squares and minimization of the maximum deviations was used for this purpose. Considered models are linear combinations of basic functions. There are considered two-dimensional polynomials complete and incomplete higher degrees and combinations of any of basic functions. Also there is analyzed a model based on the approximation of the contour lines for  $p = \text{idem}$  and  $T = \text{idem}$ . This allowed to emerge basis functions corresponding to the nature of the approximated data. The elaborated formulas allow calculation of the specific heat at constant pressure and at constant volume value in the above ranges of pressures and temperatures with errors of no more than 0.083% of the table values.*

**Keywords:** specific heat of dry air, table approximation by formula.