Piotr S. Dębicki
Akademia Morska w Gdyni

ANIZOTROPIA OŚRODKÓW CIENKO UWARSTWIONYCH W ODNIESIENIU DO GRZEJNICTWA MIKROFALOWEGO

W pracy poruszono problem określenia zastępczej przewodności i przenikalności elektrycznej dla materiałów wielowarstwowych składających się z cienkich, naprzemiennie ułożonych warstw stratnych i bezstratnych. Wyprowadzono odpowiednie zależności, które przedyskutowano, oraz przedstawiono przykładowe wyniki symulacji komputerowej.

WPROWADZENIE

W wielu zastosowaniach przemysłowych grzejnictwa mikrofalowego pojawia się problem obróbki termicznej materiałów, które są niejednorodne z punktu widzenia elektromagnetycznego. Najczęściej mamy do czynienia z mieszaninami w różnych postaciach.

Celem niniejszego artykułu jest przede wszystkim przeanalizowanie konkretnej sytuacji, która pojawiła się w przemyśle i dotyczyła zastosowania mikrofalowej obróbki termicznej struktury, składającej się z bardzo wielu cienkich (ułamki milimetra) płaskich warstw naprzemiennie bezstratnych i stratnych. Wiadomo, że taka struktura, z punktu widzenia elektromagnetycznego, posiada właściwości anizotropowe. Zaprojektowanie sposobu obróbki termicznej takiej struktury wymaga określenia jej parametrów elektrycznych (przewodności i przenikalności elektrycznej), które są zależne od kąta pomiędzy warstwami a wektorem pola elektrycznego. W pracy przedstawiono rozwiązanie tego problemu oraz podano szereg wykresów pokazujących właściwości struktury uwarstwionej. Niektóre, bardzo ciekawe, polegają na tym, że przenikalność elektryczna struktury jest wyższa od przenikalności warstw składowych oraz że pojawia się zależność od częstotliwości, nawet gdy parametry warstw takiej zależności nie wykazują. Ponadto celem było przedstawienie zagadnienia w formie zrozumiałej dla osób bez specjalistycznego przygotowania.

1. PODSTAWY GRZEJNICTWA ELEKTROMAGNETYCZNEGO

Podstawowa i jedyna relacja elektromagnetyzmu wiążąca pola elektromagnetyczne z ciepłem ma postać:

$$P_q(x,y,z) = \frac{1}{2}\sigma(x,y,z)\left|E(x,y,z)\right|^2 , \tag{1}$$

gdzie:

P_q – gęstość mocy wydzielonego ciepła w W/m^3,
σ – przewodność ośrodka w S/m,
E – amplituda pola elektrycznego w V/m,
x, y, z – współrzędne przestrzenne.

Jak widać ze wzoru (1), pole magnetyczne i przenikalność magnetyczna nie mają wpływu na uzyskany efekt termiczny. Nie można też nagrzać bardzo dobrych dielektryków, dla których $\sigma \approx 0$. Natomiast (czego nie widać we wzorze) wartość wektora $\boldsymbol{E}$ w różnych punktach nagrzewanego obszaru istotnie zależy (dla zadanej konfiguracji przestrzennej) od wartości przenikalności elektrycznej ε [F/m]. Wniosek praktyczny jest taki, że materiał bezstratny lub mało stratny może być skutecznie ogrzany polem elektrycznym, gdy jest **wymieszany** z materiałem stratnym.

Teoretycznie istnieją dwa przypadki, gdy wydzielona moc cieplna jest równa zeru (poza najzwyklejszym, gdy nie ma pola). Jeden oczywisty, gdy $\sigma = 0$ i drugi, gdy $\sigma = \infty$. W tym drugim przypadku, na skutek zerowej głębokości wnikania, pole elektromagnetyczne nie wnika do takiego obszaru.

2. WYBRANE WŁAŚCIWOŚCI DIELEKTRYKÓW

Wiadomo, że aby opisać materiał w sposób wystarczający na potrzeby grzejnictwa, trzeba znać jego dwa parametry elektryczne: przenikalność elektryczną i przewodność. W teorii dielektryków operuje się często jednym parametrem zespolonym zawierającym obie te wielkości, a mianowicie zespoloną przenikalnością elektryczną:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon' - j\varepsilon'' , \tag{2}$$

gdzie ω jest pulsacją w rd/s. Parametry zawarte we wzorze (2) zazwyczaj, dla danego materiału, zależą jeszcze od wielu innych czynników, takich jak częstotliwość, temperatura, wilgotność materiału itp.

Parametry ε i σ są parametrami makroskopowymi, ale ich właściwości wynikają z budowy molekularnej materii, w szczególności ze zdolności do indukowania i reorientacji dipoli elektrycznych w materiale, czyli ze zdolności do polaryzacji elektrycznej materiału. Obracanie się dipoli pod wpływem pola elektrycznego stanowi główny mechanizm wytwarzania ciepła w dielektrykach.

Rozróżnia się dwa typy polaryzacji:

- indukowaną – bardzo szybką i sprężystą, przesuwającą chmurę elektronową wokół atomu lub cząsteczki, praktycznie niewykazującą strat energii;
- relaksacyjną, głównie związaną z reorientacją dipoli. Istnieje wiele rodzajów polaryzacji relaksacyjnej, wśród nich polaryzacja Maxwella-Wagnera (**M-W**), która ma znaczenie w przypadku ośrodków warstwowych.

Prace teoretyczne dotyczące właściwości dielektryków prowadzone są od 100 lat. Kamienie milowe stanowią tu prace Wagnera (1914) [6], Debye'a (1929) [2], K.S. Cole'a i R.H. Cole'a (1941) [1], Von Hippela (1954) [5] i Fröhlicha (1958) [4], ale i współcześnie, m.in. w związku z rozwojem mikrofalowej obróbki materiałów można znaleźć setki publikacji. Jedną z nich jest praca Dudleya, Białkowskiego i Ora związana z polaryzacją M-W i ośrodkami warstwowymi z 2001 r. [3].

Istnieje wiele modeli opisujących zachowanie się zespolonej przenikalności elektrycznej materiałów w funkcji częstotliwości. Do najbardziej znanych należy model Debye'a dobrze opisujący wiele materiałów, w tym wodę, – co ma duże znaczenie praktyczne. W modelu tym zespolona przenikalność elektryczna wyraża się zależnością:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau}, \tag{3}$$

gdzie:

ε_s – tzw. epsilon statyczne jest przenikalnością dla pól stałych,

ε_∞ – przenikalność dla bardzo wielkich częstotliwości, w praktyce przyjmuje się 300 GHz,

τ – czas relaksacji informujący, po jakim czasie wartość wektora polaryzacji **P** zdefiniowanego jako $\mathbf{P} = (\varepsilon_\mathrm{r} - 1)\varepsilon_0\mathbf{E}$ zmieni się *e*-krotnie.

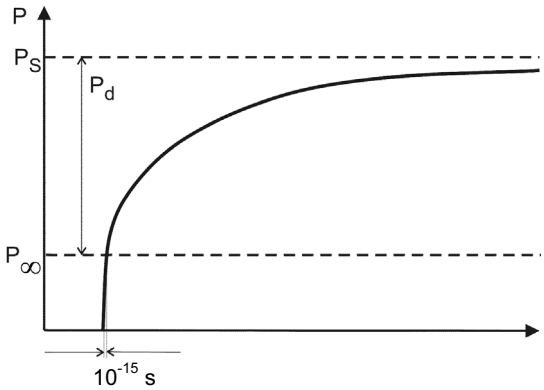
Fizycznie wektor **P** jest wartością średnią sumy wektorowej wszystkich momentów dipolowych znajdujących się w obszarze ΔV. Dobrą ilustracją fizycznego znaczenia ε_s i ε_∞ jest wykres zmian wektora **P** po skokowym przyłożeniu napięcia do dielektryka, pokazany na rysunku 1.

Po przyłożeniu do materii pola elektrycznego **E** następuje budowanie polaryzacji. Ponieważ część indukowana polaryzacji, jak wspomniano, ma znacznie mniejszą bezwładność niż inne części polaryzacji, niemal natychmiast (10^{-15}–10^{-12} s) wektor polaryzacji osiąga wartość dla polaryzacji indukowanej $\mathbf{P}_\infty$. Następnie, w miarę jak istniejące dipole uzgadniają swoje położenie z wektorem pola elektrycznego, wektor polaryzacji rośnie wykładniczo do wartości statycznej $\mathbf{P}_\mathrm{s}$. Wzrost ten, jak również powrót do stanu początkowego po wyłączeniu pola, opisywany jest **stałą czasową** (lub **czasem relaksacji**) τ zależną od lepkości ośrodka, czyli także od jego stanu i temperatury. Część dipolowa polaryzacji stanowi różnicę pomiędzy polaryzacją statyczną i indukowaną:

$$\mathbf{P}_\mathrm{d} = \mathbf{P}_\mathrm{s} - \mathbf{P}_\infty, \tag{4}$$

a zmiany po przyłożeniu pola elektrycznego, pokazane na rysunku 1, należy opisać równaniem:

$$\mathrm{P}_d = (\mathrm{P}_s - \mathrm{P}_\infty)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right). \tag{5}$$



Rys. 1. Przebieg wektora polaryzacji po przyłożeniu pola elektrycznego. Polaryzacja indukowana powoduje szybki (10^{-15} s) wzrost do wartości P_∞. Polaryzacja dipolowa powoduje wykładniczy wzrost do wartości statycznej P_s

Fig. 1. *Polarization vector versus time after the electric field has been applied. The induced polarization results in fast (10^{-15} s) increase in value up to P_∞ while the dipole polarization results in an exponential increase to the statical value P_s*

Można wykazać, że po przyłożeniu pola elektrycznego przemiennego o pulsacji ω wartość polaryzacji dipolowej wynosi:

$$\mathbf{P}_d = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau}\varepsilon_0 \mathbf{E}\,. \tag{6}$$

Po dodaniu do relacji (6) wpływu polaryzacji indukowanej otrzymuje się relację Debye'a (3), z której oblicza się wartości części rzeczywistej i urojonej przenikalności w postaci:

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} \tag{7}$$

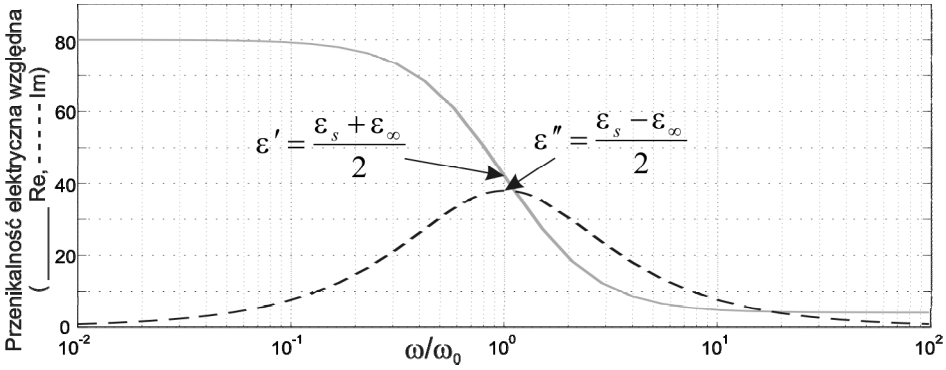
i

$$\varepsilon'' = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2}\omega\tau. \tag{8}$$

Wzór (7) opisuje zdolności polaryzacyjne dielektryka, wzór (8) zaś – straty występujące w dielektryku po przyłożeniu pola elektrycznego.

Na rysunku 2 te ważne równania zostały zilustrowane na przykładzie wody. Pulsacja ω_0 odpowiada częstotliwości relaksacji będącej odwrotnością czasu relaksacji τ. Maksimum strat występuje właśnie przy częstotliwości relaksacji

($\omega/\omega_0 = 1$), natomiast wartość strat (ε'') nie zależy od czasu relaksacji τ, tylko od wartości ε_s i ε_∞.

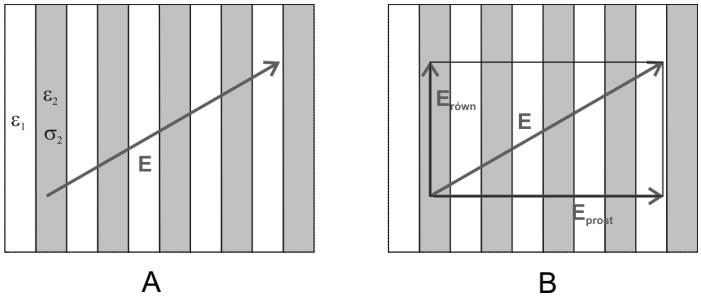


Rys. 2. Przebieg części rzeczywistej ε' i urojonej ε'' względnej przenikalności elektrycznej czystej wody o temperaturze 20°C ($\varepsilon_s = 80$, a $\varepsilon_\infty = 4$) w funkcji częstotliwości znormalizowanej

Fig. 2. *Real ε' and imaginary ε'' part of the relative permittivity of clear water at temperature 20°C ($\varepsilon_s = 80$ a, $\varepsilon_\infty = 4$) versus normalized frequency*

3. EFEKTYWNA PRZENIKALNOŚĆ ELEKTRYCZNA I PRZEWODNOŚĆ OŚRODKA WARSTWOWEGO

Analizowany ośrodek warstwowy składa się z cienkich równoległych warstw naprzemiennie stratnych i bezstratnych, tak jak pokazano to na rysunku 3A, przy czym grubości warstw stratnych i bezstratnych nie muszą być równe. Pole elektromagnetyczne może być skierowane pod dowolnym kątem. Warunkiem zastosowanego dalej podejścia jest bardzo mała grubość warstw w stosunku do długości fali.

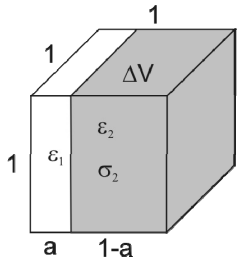


Rys. 3. Ośrodek warstwowy: A – ośrodek uwarstwiony w skośnym polu elektrycznym, B – rozłożenie wektora E na składowe prostopadłą i równoległą pozwalające na skorzystanie z metody wirtualnego kondensatora

Fig. 3. *A – Layered medium in inclined electric field, B – Virtual capacitor method may be applied if vector E is splitted into parallel and perpendicular parts*

Ponieważ w omawianym przypadku warstwy mają grubości rzędu ułamków milimetra, a planuje się zastosowanie pola elektromagnetycznego o częstotliwości 2450 MHz, wymagany warunek jest spełniony.

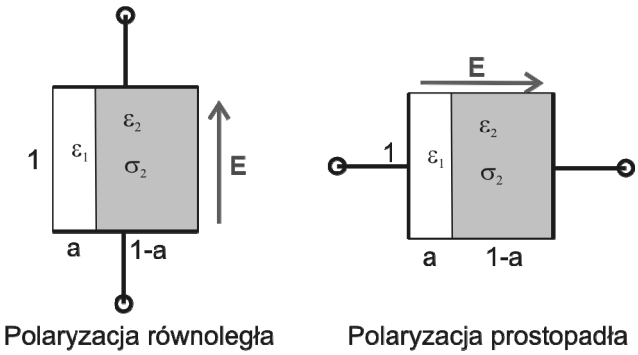
W pierwszym kroku tworzymy sześcian ΔV o boku równym sumarycznej grubości warstwy stratnej i bezstratnej i tę wielkość przyjmujemy za jednostkę (rys. 4). To założenie, z puntu widzenia zastępczych parametrów materiałowych, nie powoduje żadnych ograniczeń praktycznych. Przyjmuje się też, że grubość warstwy bezstratnej wynosi *a*.



Rys. 4. Sześcian jednostkowy utworzony z fragmentów warstwy stratnej i bezstratnej

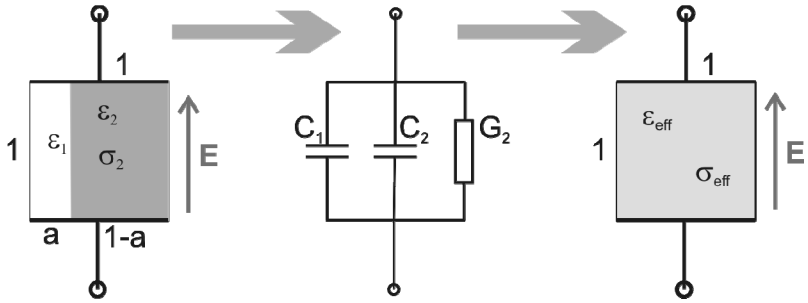
Fig. 4. *The unit cube created from the parts of losses and lossless layers*

Ponieważ skośnie skierowane pole elektryczne (rys. 3B) można rozłożyć na składowe równoległe i prostopadłe do układu warstw, w kolejnym kroku tworzy się kolejno z objętości ΔV dwa kondensatory z prostopadle wybranymi okładkami, jak pokazano na rysunku 5. Niewielkie wymiary kondensatorów w pełni pozwalają na zastosowanie w tym miejscu podejścia obwodowego. W następnym kroku należy zastąpić kondensatory schematem zastępczym, na podstawie którego będzie można znaleźć parametry zastępcze ośrodka ε_{eff} i σ_{eff} (rys. 6).



Rys. 5. Dwie konfiguracje kondensatorów pozwalające na określenie parametrów zastępczych ośrodka uwarstwionego dla polaryzacji równoległej i prostopadłej

Fig. 5. *Two configurations of the capacitors which allow to determine the equivalent parameters of the layered medium for parallel and perpendicular polarization*



Rys. 6. Kolejne kroki przy określaniu parametrów zastępczych dla polaryzacji równoległej wektora pola elektrycznego

Fig. 6. *Consecutive steps that allow to determine the equivalent parameters of the medium for parallel polarization of the electric field vector*

Przypadek I. Polaryzacja równoległa

Admitancja całkowita jest równoległym połączeniem przewodności G_2 i dwóch pojemności C_1 i C_2:

$$Y_C = G_2 + j\omega(C_1 + C_2).$$

Ponieważ $C = \varepsilon S/d$, a parametry S i d dla ΔV są jednostkowe, mamy: $C_1 = \varepsilon_1 a$ oraz $C_2 = \varepsilon_2(1-a)$ i analogicznie dla przewodności:
$G_2 = \sigma_2(1-a)$. Otrzymamy więc:

$$Y_C = \sigma_2(1-a) + j\omega[\varepsilon_1 a + \varepsilon_2(1-a)].$$

Dla równoważnej struktury zastępczej (rys. 6) zapiszemy analogicznie:

$$Y_C = (\sigma_{eff} + j\omega\varepsilon_{eff}) \cdot 1[\mathrm{L}].$$

Z porównania obu wyrażeń na Y_C otrzymujemy rozwiązanie dla polaryzacji równoległej:

$$\sigma_{eff}^{\parallel} = \sigma_2(1-a) \tag{9}$$

$$\varepsilon_{eff}^{\parallel} = \varepsilon_1 a + \varepsilon_2(1-a) \tag{10}$$

Jeżeli wielkości ε_1, ε_2 i σ_2 nie są funkcją częstotliwości, to również parametry zastępcze są stałe względem f. W następnym przypadku otrzymamy inny rezultat.

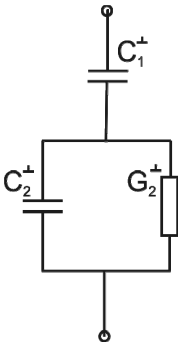
Przypadek II. Polaryzacja prostopadła

Postępując analogicznie, jak dla przypadku polaryzacji równoległej, choć dla nieco bardziej skomplikowanego schematu zastępczego (rys. 7), otrzymujemy następujące wyrażenia na zastępczą przewodność i przenikalność:

$$\sigma_{eff}^{\perp} = \frac{\omega^2 \varepsilon_1^2 \sigma_2 (1-a))}{(a\sigma_2)^2 + (\varepsilon_w \omega)^2}, \tag{11}$$

$$\varepsilon_{eff}^{\perp} = \frac{\varepsilon_1\left(a\sigma_2{}^2 - \varepsilon_2\varepsilon_w\omega^2\right)}{\left(a\sigma_2\right)^2 + \left(\varepsilon_w\omega\right)^2}, \tag{12}$$

gdzie: $\varepsilon_w = \varepsilon_2 a + \varepsilon_1\left(1-a\right)$.



Rys. 7. Schemat zastępczy dla polaryzacji prostopadłej

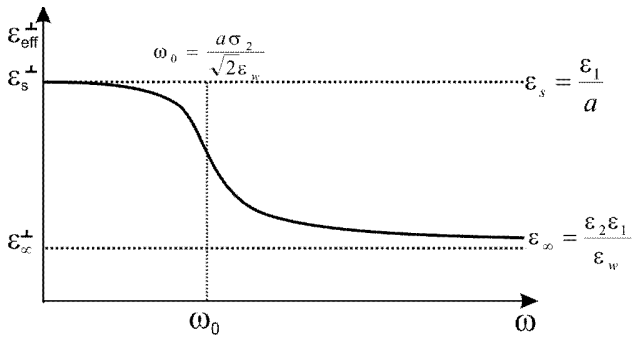
Fig. 7. *Equivalent circuit of the capacitor for perpendicular polarization*

4. ANALIZA WYNIKÓW TEORETYCZNYCH

Wynikowe parametry zastępcze przewodności i przenikalności otrzymane dla sytuacji polaryzacji równoległej są zwykłymi wartościami średnimi wynikającymi ze stopnia zapełnienia przestrzeni danym materiałem. W przypadku tym nie ma dodatkowej zależności od częstotliwości poza własną zależnością parametrów ε i σ.

W przypadku polaryzacji prostopadłej ujawnia się zjawisko Maxwella-Wagnera, uzyskujemy dodatkową zależność od częstotliwości.

Wykres funkcji opisanej równaniem (12) pokazano na rysunku 8. Wyraźnie przypomina on krzywą relaksacyjną dla materiału jednorodnego z rysunku 2. W tej sytuacji również można określić parametry ε_s i ε_∞ poprzez znalezienie granicy wyrażenia (12) dla częstotliwości 0 i dla nieskończoności. Uzyskane wyrażenia umieszczono na wykresie na rysunku 8 w odpowiednich miejscach.



Rys. 8. Efektywna przenikalność elektryczna w funkcji częstotliwości dla przypadku polaryzacji prostopadłej

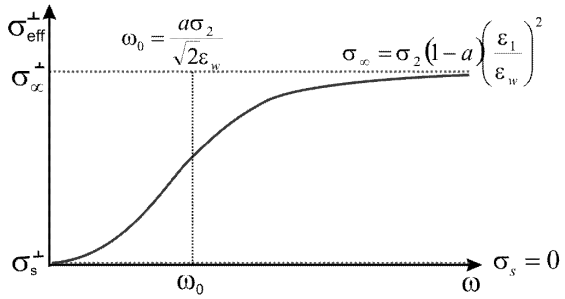
Fig. 8. *Effective permittivity versus frequency for the perpendicular polarization case*

Badając zachowanie się drugiej pochodnej względem ω w wyrażeniu (12), można określić pulsację relaksacyjną ω_0 w miejscu zmiany znaku drugiej pochodnej:

$$\omega_0 = \frac{a\sigma_2}{\sqrt{2}\varepsilon_w} \tag{13}$$

Częstotliwość relaksacyjna jest zależna jedynie od parametrów materiałowych i stopnia zapełnienia przestrzeni przez warstwę bezstratną a. Trzeba tu podkreślić, że częstotliwość relaksacyjna opisana wzorem (13) jest dodatkową relaksacją wynikającą z warstwowości struktury. Oprócz tego wystąpi druga relaksacja związana tylko z właściwościami warstwy stratnej, a nie ze strukturą.

Postać funkcji dla zastępczej przewodności (11) jest inna niż dla modelu Debye'a. Pokazano ją na rysunku 9. Punkt przegięcia krzywej odpowiada pulsacji relaksacyjnej z wykresu dla zastępczej przenikalności elektrycznej. Oczywiście dla częstotliwości 0 straty nie występują i następnie cały czas rosną ze wzrostem częstotliwości.



Rys. 9. Efektywna przewodność w funkcji częstotliwości dla przypadku polaryzacji prostopadłej

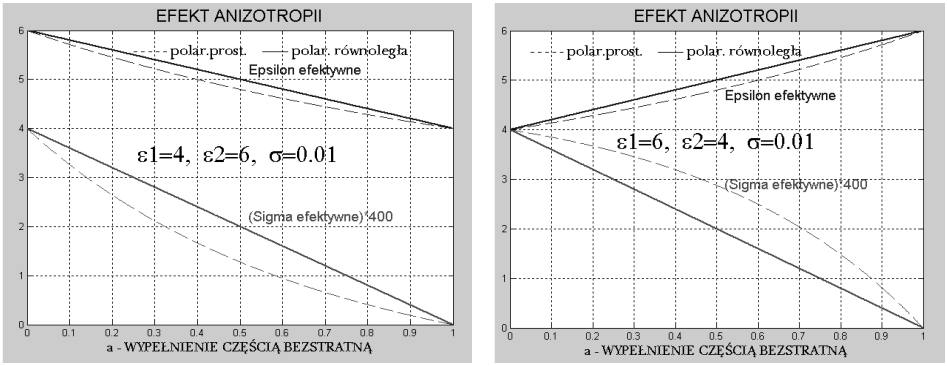
Fig. 9. *Effective conductivity versus frequency for the perpendicular polarization case*

5. WYNIKI SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

Przeprowadzono szereg symulacji komputerowych zależności (9), (10), (11) i (12) w funkcji współczynnika wypełnienia częścią bezstratną. Kilka wyników ilustrujących pojawiające się zjawiska pokazano na rysunkach 10 i 11.

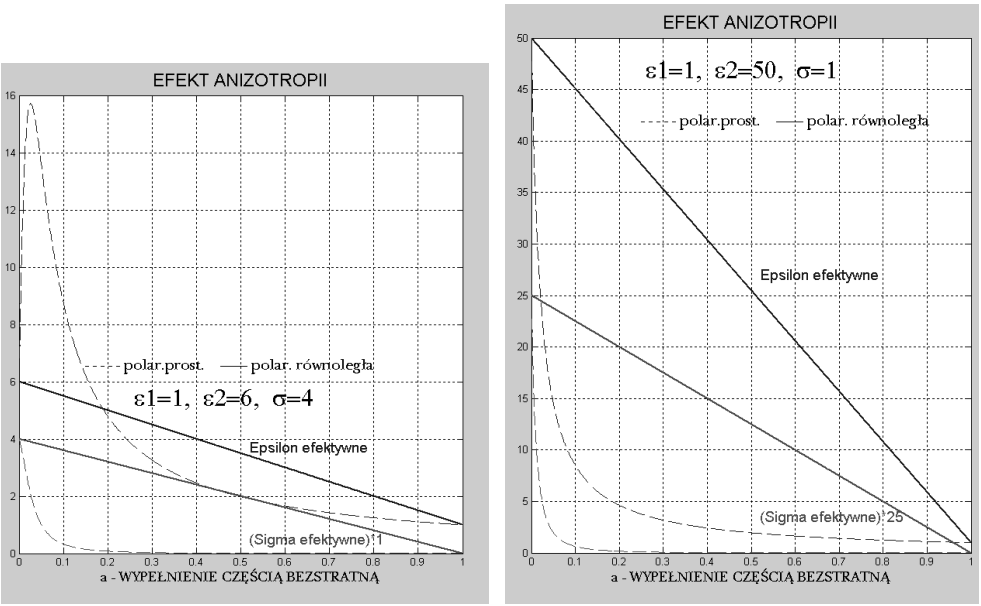
Na rysunku 10 można zauważyć, że dla przypadku małych strat różnica pomiędzy parametrami zastępczymi dla polaryzacji równoległej i prostopadłej nie jest wielka. Podobnie, choć nie pokazano tego na wykresie, jest w sytuacji niewielkiej różnicy w przenikalnościach dla obu warstw i małych strat. Wraz ze wzrostem strat sytuacja się zmienia. Można zaobserwować zarówno znaczne zwiększenie, jak i zmniejszenie się wypadkowej przenikalności oraz znaczne zmniejszenie się zastępczych strat.

Ilustrację tego zjawiska pokazano na rysunku 11 dla przypadku struktury warstwowej, składającej się z materiału stratnego z izolacją powietrzną (rys. 11A) oraz dla warstw wody **przekładanych** warstwami powietrza.



Rys. 10. Wyniki symulacji komputerowej dla małych strat

Fig. 10. *Computer simulation results for the small losses case*



A B

Rys. 11. Wyniki symulacji komputerowej dla materiału stratnego ze szczelinami powietrznymi (A) oraz dla warstw wody przedzielonych warstwami powietrza (B)

Fig. 11. *Computer simulation results for the losses medium with air gaps (A) and for water layers separated by air layers (B)*

PODSUMOWANIE

Przeprowadzona analiza teoretyczna, dyskusja i wyniki symulacji pozwalają na przewidywanie, w praktycznych sytuacjach występujących w grzejnictwie mikrofalowym, zastępczych parametrów przewodności i przenikalności elektrycznej.

LITERATURA

1. Cole K.S., Cole R.H., *Dispersion and Absorption in Dielectrics, I. Alternating Current Characteristics,* J. Chem. Phys., Vol. 9, 1941, s. 341.
2. Debye P., *Polar Molecules*, Chemical Catalog, New York 1929.
3. Dudley L.M., Białkowski S., Or D., *Modeling Maxwell-Wagner and diffuse double layer polarisation in low frequency impedance spectra of clay suspensions*, [w:] Conference Proceedings of Fourth International Conference on Electromagnetic Wave Interaction with Water and Moist Substances, MFPA, Weimar, Germany, 13–16 May 2001.
4. Fröhlich H., *Theory of Dielectrics*, 2nd ed., Oxford University Press, 1958.
5. Hippel von A., *Dielectrics and Waves*, MIT Press, 1954.
6. Wagner K.W., *Erklärung der dielektrischen Nachwirkungsvorgänge auf Grund Maxwellscher Vorstellung,* Arch. Electrotech., Vol. 2, 1914, s. 371.

ANISOTROPY OF THIN-LAYERED MEDIA REGARDED TO THE MICROWAVE HEATING

Summary

The problem of the effective conductivity and permittivity of the thin (regarding to the wavelength) layered media have been analyzed. Successive layers are alternately lossy and lossless. The cases with electric field vector perpendicular and longitudinal to the layers were considered. Obtained results have been illustrated and discussed.